

**JUEGO, MULTIPLICACION Y APRENDIZAJE: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO**

**CÉSAR AUGUSTO ROMERO REYES
YAZMÍN ROCÍO SOTELO RODRÍGUEZ**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA
BOGOTÁ
2020**

**JUEGO, MULTIPLICACION Y APRENDIZAJE: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO**

**CÉSAR AUGUSTO ROMERO REYES
YAZMÍN ROCÍO SOTELO RODRÍGUEZ**

ELIZABETH TORRES PUENTES

Doctora en Educación

Asesora

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA
BOGOTÁ**

2020

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar le agradezco a Dios por haberme acompañado a lo largo de este proceso.
En segundo lugar a mi tutora Elizabeth Torres, por la dedicación y apoyo que me brindó en este trabajo.
A mi compañero de Tesis Cesar Romero quien con su esfuerzo, compromiso y apoyo humano hizo posible el éxito de nuestro trabajo.
A mi familia por sus buenos deseos y su acompañamiento en este exigente proceso.

Yazmín Sotelo

A Dios por la oportunidad de completar mis estudios,
A mis padres Helbert y Mabel, a mis hermanitos Weimar, Heins, Harold, Angélica y Andrea que han sido mi apoyo incondicional y soporte en mi vida,
A Lira y Miguel Ángel, quienes con su paciencia y amor me dieron fuerzas para culminar,
A mis profesores, que de ellos aprendí mucho, en especial a nuestra tutora la Doctora Elizabeth Torres, quien con su dedicación y esfuerzo nos llevó a este momento culmen,
A mis compañeros de estudio, a Liliana, Mayra y Yazmín.

César Romero

TABLA DE CONTENIDO

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	8
2. JUSTIFICACIÓN	14
3. INVESTIGACIONES PRECEDENTES	17
3.1. TRABAJOS QUE SE CENTRAN EN LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA .	17
3.2. TRABAJOS QUE SE CENTRAN EN SECUENCIAS DE APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA.....	22
3.3. TRABAJOS QUE SE CENTRAN EN EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA POR MEDIO DEL JUEGO Y/O MATERIAL DIDÁCTICO	25
4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	30
5. OBJETIVOS	34
5.1. OBJETIVO GENERAL.....	34
5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	34
6. MARCO TEÓRICO.....	35
6. 1. REFERENTE NORMATIVO:.....	35
6.2. REFERENTE MATEMÁTICO.....	39
6.2.1. Diversas formas para comprender la multiplicación.....	39
6.2.2. Modelos para la multiplicación.....	41
6.2.3. Problemas de estructura multiplicativa:	45
6.2.4. Algoritmos para la multiplicación.....	48
6.3. REFERENTE DIDÁCTICO	61
6.3.1. Las unidades didácticas:.....	61
6.3.2 El juego como dispositivo didáctico	63

7. ASPECTOS METODOLÓGICOS	67
8. RESULTADOS.....	71
8.1 DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	71
8.2 REFLEXIÓN SOBRE LOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS:.....	93
9. CONCLUSIONES	100
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	105
ANEXOS.....	110
Anexo 1.1 EL JUEGO DE LA PESCA	110
Anexo 1.2 EL JUEGO DE LA PESCA	111
Anexo 1.3 EL JUEGO DE LA PESCA – Libreta del pescador-	112
Anexo 2.1 MINICOMPUTADOR DE POPY -TABLERO-	113
Anexo 2.2 MINICOMPUTADOR DE POPY - TARJETAS.....	114
Anexo 3.1 LANZA Y MULTIPLICA –TABLERO-.....	115
Anexo 3.2 LANZA Y MULTIPLICA –DODECAEDROS-	116
Anexo 3.3 LANZA Y MULTIPLICA –FICHAS-.....	117
Anexo 4.1 MULTIPLIN O NAIPE MULTIPLICATIVO – FICHAS-.....	118
Anexo 4.2 MULTIPLIN O NAIPE MULTIPLICATIVO -TARJETAS-.....	119

TABLA DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Adaptación figura 1.1 Maza (1991, p.19)</i> _____	40
<i>Ilustración 2 Adaptación figura 1.2 Maza (1991, p.20)</i> _____	41
<i>Ilustración 3 Regletas de Cuisenaire (Martín, Malena. Blog)</i> _____	44
<i>Ilustración 4 figura 4.14 Matemáticas para maestros Segovia y Rico (1991, p.109)</i> _____	47
<i>Ilustración 5 figura 2.15 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.82)</i> _____	49
<i>Ilustración 6 figura 2.17 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.83)</i> _____	50
<i>Ilustración 7 figura 2.18 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.83)</i> _____	50
<i>Ilustración 8 figura 2.20 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.84)</i> _____	51
<i>Ilustración 9 figura 2.21 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.84)</i> _____	51
<i>Ilustración 10 figura 2.22 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.85)</i> _____	51
<i>Ilustración 11 figura 2.23 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.86)</i> _____	52
<i>Ilustración 12 figura 2.25 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.87)</i> _____	53
<i>Ilustración 13 figura 2.26 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.88)</i> _____	53
<i>Ilustración 14 figura 2.27 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.88)</i> _____	54
<i>Ilustración 15 figura 2.28 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.89)</i> _____	54
<i>Ilustración 16 figura 2.29 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.89)</i> _____	55
<i>Ilustración 17 figura 2.30 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.90)</i> _____	55
<i>Ilustración 18 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.90)</i> _____	56

<i>Ilustración 19 figura 2.32 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.92)</i>	57
<i>Ilustración 20 figura 2.33 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.93)</i>	57
<i>Ilustración 21 figura 2.34 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.93)</i>	58
<i>Ilustración 22 figura 2.35 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.94)</i>	58
<i>Ilustración 23 figura 2.36 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.95)</i>	59
<i>Ilustración 24 figura 2.37 y 2,38 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.98)</i>	60

INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1 Fases de elaboración de la propuesta de la Unidad Didáctica</i>	69
<i>Tabla 2 Actividades que configuran la Unidad Didáctica</i>	70
<i>Tabla 3 El juego de la pesca"</i>	71
<i>Tabla 4El computador de Papy</i>	76
<i>Tabla 5Lanza y multiplica</i>	81
<i>Tabla 6 Multiplin o naipe multiplicativo</i>	84
<i>Tabla 7 Operación dedos</i>	87
<i>Tabla 8 A 10.000</i>	90

1. INTRODUCCIÓN

Este documento da cuenta del trabajo de grado titulado “Juego, multiplico y aprendo: una propuesta didáctica para el desarrollo del pensamiento multiplicativo”, el cual corresponde al planteamiento de una unidad didáctica, que ayude a mejorar las comprensiones y desarrollo de la estructura multiplicativa para el grado segundo de la básica Primaria.

En este trabajo de grado, se asume que el eje central del quehacer pedagógico son los estudiantes y el reconocimiento de sus intereses, habilidades y dificultades en el proceso de aprendizaje, por ende, se deben crear estrategias que permitan integrar el conocimiento y la apropiación de este, a la vida cotidiana de los niños, atendiendo a los grandes cambios sociales y de diversas formas de aprender, que exigen nuevas estrategias pedagógicas y didácticas para que los alumnos adquieran el conocimiento y desarrollen habilidades con mayor facilidad, con la finalidad de impactar en el contexto educativo.

Para el diseño de la unidad didáctica se tuvo en cuenta las necesidades y dificultades más comunes en la enseñanza y aprendizaje de la estructura multiplicativa en las aulas de grado segundo donde el docente debe desarrollar en sus estudiantes competencias y habilidades disciplinares en su proceso formativo, pero, también debe desenvolverse en las competencias y habilidades sociales, de acuerdo con los estándares curriculares.

La apropiación de las matemáticas resulta más efectiva cuando el estudiante está motivado, por esto es de suma importancia que las actividades que se proponen despierten la curiosidad del niño y respondan a la etapa de desarrollo en la que él se encuentra. Las actividades no deben ser aisladas de sus experiencias ni de su vida cotidiana, estas, aunque generen fracasos deben ser tratadas como parte del aprendizaje reflejándose en una actitud positiva hacia la matemática y hacia ellos mismos. En este sentido, es importante reconocer que los estudiantes asimilan las matemáticas interactuando con el entorno físico y social lo cual lleva a la abstracción de ideas matemáticas, como las que se relacionan con las competencias de *aprender a ser*, *aprender a aprender*, *aprender a convivir* y *aprender a hacer*, para que los alumnos estén en capacidad de aplicar lo construido en la realidad. Los aprendizajes deben

estar apoyados en estrategias pedagógicas y didácticas cercanas a los niños, y una de estas es presentar a los niños material concreto con el cual puedan conocer, identificar, clasificar, etc.

Los materiales didácticos cumplen una variada función: servir de apoyo al proceso de enseñanza del maestro desde el punto de vista de desarrollo de contenidos y del proceso metodológico, recrear el aprendizaje del estudiante, incorporarse a su proceso de aprendizaje particular, estimular la curiosidad, el deseo de descubrir por sí mismos, formular hipótesis, elaborar preguntas, comparar, expresar qué y cuánto saben sobre lo que observaron con ayuda del material, expresar como aprendieron aquello que el material contribuyó a desarrollar (Vargas de Avella y Báez Oliveros, 2003, p.150)

Utilizar material didáctico concreto en los primeros años de educación básica primaria, en el área de matemáticas, permite desarrollar pensamiento lógico y crítico, porque les facilita a los niños comparar elementos, clasificarlos según sus características, observar particularidades, establecer relaciones entre objetos y categorizar según sus funciones, de esta manera, las clases pueden tornarse en más amenas e interesantes, proporcionando un aprendizaje significativo y una mayor claridad sobre los propósitos de enseñanza.

Los materiales didácticos concretos en el aula de clase propician un aprendizaje más significativo cuando se vivencian diferentes situaciones en las que los niños comparten o socializan sus puntos de vista, sus análisis y sus posibles soluciones, fortalecen el trabajo organizado, reflexivo y participativo cuando de manera espontánea dan a conocer sus ideas y conclusiones, estimulan los sentidos y creatividad si dan diferentes funciones a los objetos o se crean nuevos elementos partiendo de las características de los que ya tienen. El estudiante puede mejorar sus conceptos o aprendizajes a partir de las experiencias de sus compañeros y permite el desarrollo de nociones lógicas.

Para enfrentar la enseñanza de las matemáticas en primaria, es necesario no solo tener el conocimiento, sino también utilizar diferentes estrategias didácticas para el estudio de las mismas; pues la adquisición de conocimientos no se refleja simplemente en aprender y

asimilar un concepto, sino en que los estudiantes estén en capacidad de darles uso en sus contextos cotidianos. Para ello, es necesario brindarles herramientas que faciliten sus aprendizajes, que los motiven y que propicien la aplicación práctica de estos.

Muchos de los fracasos en los niños en el aprendizaje de las matemáticas, según Chamorro: [Tienen] raíces muy profundas y una pluralidad de causas de diferente naturaleza; raíces ligadas tanto a la dificultad y abstracción de algunos conceptos matemáticos como a la a menudo deficiente enseñanza en la escuela, que tiene mucho que ver con el frecuente desconocimiento de los procesos de aprendizaje de las Matemáticas y de sus técnicas específicas de enseñanza (2005, p. 40).

En relación con lo anterior, la falta de formación de los docentes en el campo de la didáctica de la matemática puede llevar al fracaso en el aprendizaje de los niños, afortunadamente los porcentajes en esta deficiencia se ha venido reduciendo en beneficio de los niños, asumiendo conciencia, por parte de los profesores, que es en la educación infantil y la básica primaria donde mejores logros se pueden dar, y la mejor oportunidad de evitar ese fracaso o el desinterés por la materia.

En la relación didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje tienen que estar involucrados los tres actores centrales: el alumno, qué es quién va a adquirir esos saberes de acuerdo con su edad; el docente, qué es el encargado en la sociedad de dar herramientas al estudiante para que construya el saber, el cual es el tercer actor. El aprendizaje es cambiante de acuerdo con los conocimientos construidos previamente por el niño y los nuevos conocimientos que construirá diariamente.

En la justificación de esta tesis se plasma la necesidad de superar en los estudiantes de segundo grado de la básica primaria las dificultades que se presentan en el desarrollo de la estructura multiplicativa mediante el diseño de una unidad didáctica que busca aportar estrategias pedagógicas y didácticas a los profesores de la básica primaria, de tal manera que se evidencien cambios en las prácticas de enseñanza de las matemáticas, especialmente en

los procesos de la multiplicación, para ello se hará a través de actividades lúdicas rompiendo con la idea errónea que en la clase de matemáticas no se juega.

En el estado del arte, se da cuenta de la revisión de trabajos de investigación que abordan la estructura multiplicativa vinculada al juego, haciendo énfasis en las concepciones más relevantes y sus características que permiten estructurar y jerarquizar de acuerdo con la comprensión por parte de los estudiantes, lo correspondiente a las propiedades multiplicativas, algunas estrategias que facilitan la memorización de los hechos multiplicativos y las comprensiones necesarias para interpretar más fácilmente el algoritmo tradicional.

Se verá la importancia de las secuencias didácticas para la enseñanza de la estructura multiplicativa, se aborda la reflexión pedagógica en cuanto a la labor del docente, que de manera autónoma propone una serie de actividades coherentes y contextualizadas las cuales deben responder a las características particulares de un grupo de estudiantes, sin pasar por alto que no existe una receta que pueda garantizar el éxito total de una propuesta pedagógica, sin embargo, sí garantiza el continuo cuestionamiento de la práctica educativa.

También se aborda el juego como dispositivo didáctico en el aprendizaje de la estructura multiplicativa, se hace una comparación en cuanto a las características del juego que cumplen roles similares a cada momento en el proceso cognitivo que se genera al resolver un problema matemático, además se enuncian algunas destrezas que se fortalecen con juegos que requieren buscar diversas estrategias para alcanzar una meta.

El planteamiento del problema aborda tres aspectos, primero: la presencia de dificultades en el aprendizaje de algunos contenidos de la estructura multiplicativa por parte de los niños al prestar poca atención al orden de las unidades, a las categorías semánticas en los problemas de la estructura multiplicativa, y el aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar como un obstáculo en la consolidación del algoritmo; segundo: las pocas herramientas que tiene el profesor de la básica primaria para proponer actividades innovadoras que le permitan al

estudiante aprender de manera significativa y superar las dificultades, además cómo los docentes al enseñar matemáticas se limitan a realizar clases magistrales donde solo se expone e ilustra, para luego mecanizar los conceptos adquiridos, y tercero la falta de propuestas de aula que involucren unidades didácticas con mediación del juego que permitan potenciar en los niños la estructura multiplicativa.

El marco teórico está organizado por referentes. En el referente normativo, se presenta la estructura multiplicativa desde los Lineamientos Curriculares de matemáticas, los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje. En el referente matemático se da claridad sobre los principales conceptos de multiplicación y división, las diversas formas para comprender la multiplicación, los modelos para la comprensión de la estructura multiplicativa, la importancia de la resolución de problemas para dar sentido al aprendizaje de esta estructura y a los diversos métodos para el aprendizaje de los algoritmos que permitirán llegar a la comprensión del algoritmo tradicional.

En el referente didáctico se plasma claramente la importancia de las unidades didácticas como una herramienta para docentes que permite de manera contextualizada y según su criterio, abordar el desarrollo de un objeto matemático. Además, se desarrolla la noción de juego como dispositivo didáctico.

En el aspecto metodológico, se desarrolló desde el enfoque constructivista, pues se afirma que “1. El conocimiento es constructivamente activado por el conocimiento subjetivo, no recibido pasivamente por el medio ambiente y 2. Llegar a saber es un proceso adaptativo que organiza un mundo experimental, no descubierto e independiente. Un mundo preexistente fuera de la mente del conocedor” (Kilpatrick, 1990, pp. 39-40)

Para el desarrollo de la propuesta se siguieron las siguientes fases: revisión de trabajos de investigación que abordaran el campo de indagación, configuración del soporte teórico, reconocimiento de los juegos que sirvieran como dispositivo didáctico, diseño de una unidad didáctica en la que el eje central es el juego y el desarrollo de la estructura multiplicativa.

En el siguiente capítulo se muestra la unidad didáctica como resultado del proyecto. Y en el capítulo final, se desarrollan las conclusiones y reflexiones de los tesistas.

2. JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo de grado nació de la necesidad de mejorar los desempeños en los estudiantes del curso 203, del grado segundo de primaria, del Colegio Nueva Colombia I.E.D, jornada tarde, de la localidad de Suba, en relación con las dificultades para el desarrollo de la estructura multiplicativa en particular. Con el diseño de una unidad didáctica entendida como “un conjunto de elementos pedagógicos dispuestos organizadamente para desarrollar una clase en un tiempo, espacio y contextos determinados” (Arias y Torres, 2017, p.3), se busca aportar estrategias pedagógicas y didácticas a los profesores de la básica primaria, de tal manera que se evidencien cambios en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, particularmente en todos los procesos que refieren a la multiplicación en pro de mejorar la relación entre las matemáticas y los niños de ese primer ciclo.

De acuerdo con lo anterior el contexto del que nace esta propuesta es del trabajo con los niños de la básica primaria del Colegio Nueva Colombia I.E.D. el cual un establecimiento educativo de carácter oficial, se encuentra ubicado en el barrio Corinto, en la calle 128C # 102A – 25 en la localidad 11 (Suba), cuenta con un número aproximado de 2500 estudiantes pertenecientes a las jornadas mañana y tarde. El grupo de familias que habita en el barrio pertenece a los estratos dos y tres, en su mayoría los padres de familia trabajan en diversas empresas, en jornadas laborales de ocho horas, otros padres trabajan independiente con sus propios negocios: misceláneas, panaderías, supermercados, talleres de ornamentación, mecánica, etc.

Los padres de familia pertenecen a una población trabajadora, estable y con recursos básicos para su subsistencia. Se observa cierto grado de dificultad en el cumplimiento de responsabilidades y acompañamiento en los procesos académicos y convivenciales de sus hijos. Se han detectado algunas problemáticas al interior de las familias como: agresiones, violencia intrafamiliar, dificultades de tipo económico, separación de los padres, descuido de los padres hacia sus hijos por las jornadas de trabajo, influencia notablemente en el desempeño escolar de algunos estudiantes reflejado en las dificultades de indisciplina que

proyectan (agresión física y verbal, groserías, consumo de algunas sustancias psicoactivas, aislamiento, malgenio, bajo rendimiento académico, deserción, ausencias injustificadas y permanencia en la calle...) (Manual de convivencia p. 37)

Los estudiantes de segundo del colegio Nueva Colombia oscilan entre 7 y 9 años de edad, en este grado hay 171 alumnos organizados en cinco grupos, la mayoría transitan de grado primero de esta misma institución con habilidades como: Identifican los usos de los números, emplean estrategias de conteo, utilizan características posicionales del Sistema de Numeración Decimal (SND), establecen relaciones entre cantidades y comparan números de tres cifras, reconocen el signo igual como una equivalencia entre expresiones de suma y resta entre otras que facilitan y establecen las bases para la construcción de la estructura multiplicativa.

La necesidad de concretar una unidad didáctica que aporte al desarrollo de la estructura multiplicativa se justifica desde tres elementos. El primero se refiere a la experiencia de una de las tesis en el Colegio Nueva Colombia IED, de la localidad Suba. En esta institución, se presenció que la no existencia de materiales didácticos suficientes para la enseñanza de las matemáticas lleva a los profesores a mantener clases tradicionales y por lo tanto a aumentar la brecha entre los estudiantes y su gusto por aprender matemáticas. Por ello, la unidad didáctica como estrategia se convierte en una herramienta que le permite al docente implementar en sus clases de matemáticas actividades lúdicas, atendiendo no solo al desarrollo de competencias lógico-matemáticas en relación con el currículo de este grado, sino que también le permite promover el trabajo colaborativo de los estudiantes.

Así la unidad didáctica diseñada en el marco de este trabajo de grado rompe con la idea errónea que en la clase de matemáticas no se juega. El juego se convierte en un espacio de aprendizaje significativo para el niño, se motiva y se potencia otras habilidades como las sociales.

El segundo elemento de esta justificación tiene que ver con los aprendizajes que desarrollamos como estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Pedagógica Nacional. En los talleres de educación matemática, logramos construir una visión distinta de lo que es aprender y enseñar matemáticas, y por lo tanto nos comprometimos a plantear clases diferentes a las tradicionales, más amenas, y que garantizaran el aprendizaje significativo en nuestros estudiantes.

El tercer elemento refiere a la necesidad de mejorar los resultados de las pruebas estandarizadas, pues particularmente los niños de grado tercero que presentan estas pruebas evidencian dificultades y bajos desempeños,

En grado tercero, el puntaje promedio obtenido en 2017 cayó 2% en comparación con el resultado del año 2016; sin embargo, sigue siendo superior al presentado antes del 2015. Relacionado con lo anterior, hubo un desplazamiento en la distribución de estudiantes ubicados en cada nivel de desempeño hacia los niveles más bajos. En particular, una tercera parte de los estudiantes de grado tercero que presentaron la prueba quedó clasificada en el nivel mínimo, siendo éste el porcentaje históricamente más elevado (ICFES, 2018, p. 26).

Con lo anterior, es claro que se debe mejorar este panorama, con el fin de garantizar que los estudiantes tengan una mejor expectativa para el ingreso a la educación superior que por supuesto se inicia a edificar desde la primaria.

3. INVESTIGACIONES PRECEDENTES

En el presente apartado se da cuenta de la revisión de trabajos que investigan el campo de la educación matemática, en particular de postulados que abordan el desarrollo de la estructura multiplicativa desde el vínculo con el juego.

Las tesis revisadas se organizaron en tres categorías, tal como se describe a continuación:

3.1. TRABAJOS QUE SE CENTRAN EN LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

La tesis titulada “*La estructura multiplicativa análisis disciplinar y didáctico. Una propuesta pedagógica para los niños del grado segundo de la institución educativa veinte de julio de la ciudad de Acacias (Meta)*”, elaborada por Fabio Espósito Guevara (2012), para optar al título de Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales de la Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales (2012), tuvo como objetivos motivar a los estudiantes para que comprendan varios tópicos, entre ellos el manejo del concepto, identificar el tipo de problemas asociados con la multiplicación y mostrar algoritmos alternativos al tradicional, para desarrollar la investigación.

Espósito (2012) elaboró una secuencia de siete módulos. El primero refiere a la Historia de la matemática, en el que se apoyó de un video sobre el tema. El segundo módulo aborda la definición de la multiplicación como una suma abreviada, partiendo de los saberes previos y la identificación del símbolo “*por(x)*”. En el tercer módulo se remite al aprendizaje de las tablas de multiplicar, apoyado en un software que le permite ver los avances de los niños. En el cuarto módulo, se aborda la multiplicación como razón y combinación que lleva a que el niño razone y solucione problemas en contexto. El quinto módulo se centra en los algoritmos de la multiplicación, apoyado en audios. En el sexto módulo se retoma el primer módulo en cuanto se dan a conocer otros algoritmos de Multiplicación en la antigüedad. Finalmente, para el séptimo, se relaciona la resolución de problemas con estructura multiplicativa, con el propósito que el estudiante construya diferentes caminos para acceder al algoritmo de la

multiplicación y lo ponga en práctica cuando se enfrenta a situaciones problemáticas en contexto.

Espósito (2012) expone diferentes definiciones de multiplicación entre ellas: multiplicación como ley de composición interna, multiplicación como suma abreviada, multiplicación definida en forma recursiva, y diferentes modelos de la multiplicación como: la multiplicación como razón, la multiplicación como combinación, la multiplicación como comparación, multiplicación como área, multiplicación geométrica y la multiplicación con el uso de los computadores.

En las conclusiones manifiesta que, como docentes de primaria, no solo se debe priorizar en la memorización de las tablas de multiplicar, sino que además se debe llevar al niño a aplicar estos conocimientos en la resolución de problemas en sus propios contextos sociales, también se amplió la gama de estrategias pedagógicas en emplear diferentes algoritmos de multiplicación que permitieron fortalecer habilidades importantes en el desarrollo del algoritmo tradicional e implementar diferentes ambientes de aprendizaje apoyados en las TIC'S para posibilitar a los niños nuevas formas de aprendizaje.

La segunda tesis de esta categoría, es la titulada "*La construcción de la estructura multiplicativa en los niños*", elaborada por Margarita Gallego, Yobana Ruiz, Luz Enith Salgado, Alba Neire Sucerquia y Lineth Uribe (2004), tuvo como objetivos implementar una propuesta de intervención pedagógica que facilite el desarrollo del pensamiento aditivo y multiplicativo, determinar cómo las actividades inciden en el proceso aprendizaje de la multiplicación y evaluar los diferentes procesos de manera permanente en aras de optimizar los resultados.

Para desarrollar la investigación, Gallego y otros (2004), se apoyaron en las tesis teóricas de Gerard Vergnaud (1991) "*Los cuales se centran en analizar las adquisiciones de los contenidos matemáticos cuyo objetivo es desarrollar una teoría sobre la construcción de los campos conceptuales*" (p. 18), estos campos conceptuales según este autor son "*un conjunto*

de problemas y situaciones ...que requieren conceptos, procedimientos y representaciones diferentes” (p. 19), es decir en una operación multiplicativa se requiere de multiplicaciones, y/o divisiones o de ambas. Se entiende la estructura multiplicativa como el inicio conceptual de la proporcionalidad, además la comprensión de la adición y la multiplicación son estructuras diferentes, aunque la multiplicación si se puede resolver con la estructura de la adición.

A manera de conclusión, los autores de esta tesis afirman que el juego como estrategia permitió que los estudiantes pudieran solucionar problemas de manera más sencilla, a la vez que se dio paso al aprendizaje significativo y contextualizado de la estructura multiplicativa.

La tercera tesis titulada “*Aplicación de las estructuras multiplicativas en la resolución de problemas aritméticos dirigido a tercer grado de educación básica*”, elaborada por Diana Marcela Aguirre Bermúdez (2011), para obtener el grado de licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas en la Universidad del Valle, tuvo como objetivos, promover el conocimiento en la aplicación de las estructuras multiplicativas para la resolución de problemas aritméticos en tercer grado de educación básica, formular una secuencia didáctica que permita que los estudiantes de este grado logren dar solución a situaciones problemáticas a través de la aplicabilidad de las estructuras multiplicativas, e identificar las dificultades que presentan los alumnos y las estrategias a los tipos de problemas propuestos en esta propuesta, para desarrollar la investigación.

Aguirre (2011) utilizó como referente teórico el análisis histórico-epistemológico, para realizar un estudio de problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la comprensión de estos, el análisis didáctico en el que se identifica la naturaleza del proceso enseñanza-aprendizaje desde la teoría de los campos conceptuales de las estructuras multiplicativas, y el proceso de resolución de problemas multiplicativos. La dimensión curricular se aborda en relación con la resolución de problemas de estructura multiplicativa. La autora de esta tesis entiende la estructura multiplicativa como “*un conjunto de problemas que toleran operaciones aritméticas y nociones de tipo [...] o multiplicativo (tales como*

multiplicación, división, fracción, razón, semejanza)” (Vergnaud, 1983, citado en Aguirre, 2011)

La autora concluye que cuando el maestro se apropia de la teoría de los campos conceptuales puede identificar las características que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas en los niños de básica primaria, para de esta manera crear situaciones efectivas que le faciliten al estudiante un mejor aprendizaje significativo. Así, los estudiantes tienen las capacidades para resolver problemas multiplicativos con diferentes estructuras como isomorfismos de medida y producto de medida.

La cuarta tesis para esta categoría es la titulada “*Propuesta didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa*”, elaborada por Lizeth Katherine Medina Casallas (2017), para obtener el grado de Magister en Educación con Acentuación en Procesos de Enseñanza-Aprendizaje en la Universidad Minuto de Dios en convenio con el Tecnológico de Monterrey. Tuvo como objetivos implementar una secuencia didáctica basada en la teoría de situaciones didácticas que permitan un aprendizaje significativo de la estructura multiplicativa, analizando el nivel de aprendizaje de los estudiantes.

Para desarrollar la investigación, Medina usó la teoría de situaciones didácticas, la teoría sobre proceso centrado en la producción de conocimiento, la resolución de problemas y el desarrollo de la estructura multiplicativa. La autora propone que para darse la estructura multiplicativa los estudiantes deben tener clara la estructura aditiva, porque así comprenderán las implicaciones e importancia de la construcción de las tablas de multiplicar, iniciando con la manipulación de objetos que relacionen el concepto y después la representación simbólica, basado en la suma reiterativa para establecer una relación entre las dos operaciones. La estructura multiplicativa es una relación cuaternaria porque hay dos magnitudes relacionadas y se puede establecer una correspondencia dos a dos, determinando un valor desconocido por medio del producto entre las cantidades completas de una de las magnitudes.

Como conclusiones de la investigadora, afirma que la construcción de la estructura multiplicativa es relevante para el aprendizaje de las tablas de multiplicar pues, este facilita el desarrollo de situaciones multiplicativas y a la vez es una herramienta que permite solucionar problemas cotidianos más fácilmente.

La quinta tesis titulada *“Los algoritmos de la multiplicación y la división en la Institución Educativa Nueva Constitución”*, elaborada por Liliana Marcela Corredor Castillo y Ana María Salamanca Zanguña (2014), para obtener el título de Licenciadas en Educación Infantil, tuvo como objetivos identificar y analizar las estrategias utilizadas por los niños para la comprensión y solución de situaciones multiplicativas y la aplicación de esta en la resolución de problemas.

Corredor y Salamanca (2014) analizaron la enseñanza de los componentes de la estructura multiplicativa, considerando la estructura conceptual es entendida como un sistema de conceptos, objetos cualidades y relaciones que se afecta entre sí y se soportan mutuamente. Según Stephan Covey (citado en Corredor y Salamanca, 2014) *“el maestro es quien debe dar el primer paso a fin de que el sujeto se apropie de esos conceptos y realice la elaboración o construcción de los mismos, el sujeto deberá entender que estos conceptos no se elaboran de manera individual, sino que se construyen de manera entrelazada”* (p.28). Las autoras entienden la estructura multiplicativa como la capacidad de identificar, comprender y abordar situaciones en las que se hace uso de las operaciones de multiplicación y división.

Las investigadoras concluyen que los agentes externos como familia, amigos influyen en el aprendizaje de los procesos de la multiplicación y la división, la actitud y opinión de los padres pueden determinar positiva o negativamente en el aprendizaje. Además, evidenciaron que los niños a pesar de no comprender el algoritmo canónico creaban estrategias para dar solución a situaciones problemáticas de multiplicación y división.

3.2. TRABAJOS QUE SE CENTRAN EN SECUENCIAS DE APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

La primera tesis de esta categoría se titula “*Secuencia didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la formulación y resolución de problemas*”, elaborada por Sonia Nohelia Trejos Giraldo y Edgar Paz Valderrama (2017), para obtener el grado de: Maestría en Educación. Los autores se propusieron como objetivos construir, aplicar y evaluar una secuencia didáctica basada en resolución y formulación de problemas para promover el aprendizaje de las estructuras multiplicativas en el grupo de estudiantes de grado cuarto de la I.E. Humberto Jordán Mazuera en la ciudad de Cali.

Trejos y Paz (2017) ponen como bases los siguientes planteamientos:

1. La perspectiva curricular para el aprendizaje de la estructura multiplicativa en básica primaria, en los lineamientos curriculares del MEN (1998), donde afirma que “*Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del Siglo XXI*” (p. 18).
2. Las ideas de Carlos Maza Gómez (1991), citado en Trejos y Paz (2017) cuando exponen que “*Existe una relación clara entre la multiplicación y la división, si la multiplicación es interpretada como una acción efectuada sobre dos números para obtener otro, la división expresa el hecho de que se conoce parte de la acción y el resultado y se desconoce el resto de dicha acción*” (p35).
3. Las actividades matemáticas, la comunicación la negociación y el trabajo colaborativo son elementos articuladores del estudiante con respecto a las matemáticas; la comunicación hace énfasis en el proceso de compartir significado; la negociación busca enfatizar la relación profesor alumno en el desarrollo de conceptos construidos y el trabajo colaborativo es concebido como una estrategia donde el profesor de forma deliberada estimula el desarrollo de la actividad matemática para pequeños grupos de estudiantes.

La secuencia didáctica en la enseñanza de las matemáticas es importante porque genera un orden y encadenamiento de actividades que permiten el aprendizaje significativo y según Tobón, Pimienta y García (2010), citados por Giraldo y Paz (2017) las secuencias didácticas son “conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la medición de un docente buscan el logro de determinadas metas educativas considerando una serie de recursos” (p. 20).

Los autores concluyeron que es necesario fortalecer procesos específicos como: comprender, representar, resolver, argumentar y formular; los cuales contribuyen a mejorar la calidad matemática de los estudiantes y la planificación didáctica del profesor, en esta planificación se debe generar secuencias y tareas contextualizadas estratégicamente para cada nivel y así establecer la complejidad de las actividades a desarrollar.

La segunda tesis de esta categoría se titula “*Organizaciones didácticas matemáticas y criterios de evaluación en torno a la multiplicación*”, elaborada por Rodolfo Vergel Causado (2004), para obtener el título de Maestría en Docencia de las Matemática. El autor se propuso como objetivo describir y analizar cómo las organizaciones didácticas matemáticas de los contenidos relativos a la multiplicación constituyen un factor determinante de los criterios para valorar su aprendizaje.

Vergel (2004) usó esta propuesta y pone como bases los siguientes planteamientos: primero: define aspectos didácticos que permiten analizar diferentes actividades propuestas por los profesores en el aula, derivadas de sus planeaciones didácticas, así como las diversas interpretaciones que dan los estudiantes a estas actividades; segundo: aborda un aspecto que estructura la organización didáctica de la matemática teniendo como referente el punto de vista de Vergnaud y relacionándolo con situaciones de carácter multiplicativo; tercero: hace un análisis de tipo cognitivo donde se expone una perspectiva socio-cultural del aprendizaje de la estructura multiplicativa y una caracterización de esta competencia; cuarto: fija su atención en los criterios de evaluación relacionados con la planeación didáctica; quinto:

finaliza abordando la noción de textualización del saber íntimamente ligada a la preparación didáctica.

El autor de esta investigación entiende las secuencias didácticas de la estructura multiplicativa como las organizaciones de los contenidos que constituyen un factor determinante de criterios para valorar su aprendizaje, esto nos deja ver cómo la multiplicación se presenta de manera mediática siendo abordada bajo los mismos criterios, en su definición como suma reiterada, reconocimiento de términos, memorización de las reglas para multiplicar por una y dos cifras y las propiedades de esta operación.

El autor concluyó que los objetivos propuestos en el área apuntan específicamente a aprender los términos de la multiplicación, memorización de reglas, multiplicación como suma reiterada, propiedades de la multiplicación entre otras, y no se potencia las relaciones con otros elementos matemáticos como: los modelos, la resolución de problemas y el abordaje de diferentes algoritmos.

La tercera tesis de esta categoría se titula “*Propuesta de una unidad didáctica como estrategia para la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa para lograr aprendizajes significativos en niños y niñas del grado tercero de la básica primaria*”, elaborada por Nicolas Ospina y Jorge Eduardo García Oyola (2019), para obtener el grado de Maestría en Educación de la Universidad del Tolima. Esta investigación tuvo como objetivos diseñar una unidad didáctica como estrategia para la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa basada en el aprendizaje significativo en los estudiantes.

Ospina y García (2019) ponen como base los siguientes planteamientos: Primero exponen investigaciones sobre problemas matemáticos que corresponden al eje principal de estos contenidos, luego profundizan sobre pensamiento aditivo y multiplicativo, define sus estructuras, después aborda el concepto de unidad y estrategias didácticas y su influencia en el quehacer matemático para finalizar con la importancia del aprendizaje significativo.

Los autores concluyeron que la unidad didáctica para el desarrollo de la estructura multiplicativa es una forma de planificar el proceso de enseñanza aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso aportándole consistencia y significatividad.

La principal conclusión de esta investigación es que se debe tener claro con qué presaberes cuenta el estudiante para diseñar estrategias que den solución a sus dificultades, en tanto la enseñanza debe ser un proceso que propicie aprendizaje comprensivo y relevante para ellos y puedan interpretar cómo desde una estructura aditiva se llega a una estructura multiplicativa.

3.3. TRABAJOS QUE SE CENTRAN EN EL APRENDIZAJE DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA POR MEDIO DEL JUEGO Y/O MATERIAL DIDÁCTICO

En relación con esta categoría se encuentra el trabajo titulado “*Maestras, Juego, Vivencias: Una aproximación a las creencias sobre el juego de seis maestras del Colegio Aquileo Parra IED*” desarrollado por Judy Helena Blanco, Lina Murcia Alvarado, Adriana Posso Martínez, Diana Marcela Vargas (2014), para obtener su título como licenciadas en educación infantil de la Universidad Pedagógica Nacional. Esta investigación tuvo como objetivo general identificar las creencias que los docentes de dicho colegio tienen con respecto al juego y así poder comprender sus acciones frente al mismo, para tal fin se plantearon tres objetivos específicos. El primero buscó establecer una relación entre las experiencias de las maestras con la perspectiva del colegio Aquileo Parra que actualmente propone sobre el juego, el segundo consistió en identificar aquellas acciones relevantes que manifiestan relación con el juego para visibilizar las creencias de las profesoras y como tercer objetivo se planteó comprender de manera institucional la importancia que ha tenido el juego y sus concepciones dentro de la institución.

Las autoras de este proyecto tomaron como referentes las creencias sobre el juego, entendiendo por creencias “todos aquellos pensamientos que de manera espontánea

adquirimos o que hemos adoptado por medio del aprendizaje externo que otros nos transmiten y recalcan la importancia que las creencias tienen para nuestras vidas y como se constituyen en la base de esta” (p.49), ese concepto se complementó desde los planteamientos de Dewey (1989, citado por Blanco, Alvarado, Posso y Vargas, 2014) quien asegura que las creencias son ideas organizadas y estructuradas que genera la mente de manera automática.

Blanco, Alvarado, Posso y Vargas (2014) resaltan que el juego es concebido como un fenómeno cultural que va más allá de una función biológica, en este sentido apropian las tesis de Huizinga (1968), quien describe el juego como la posibilidad que tiene el ser humano de liberarse de tensiones y de expresar a nivel corporal, gestual y verbal sus emociones. En este sentido el juego tiene relación con la fantasía en tanto los niños mientras juegan, manifiestan sus vivencias, experiencias, gustos y temores y tienen la capacidad de transformar objetos y situaciones.

Las autoras hacen referencia al Lineamiento Pedagógico y Curricular para la Educación Inicial en el Distrito (2010), el cual propone al juego, el arte, la literatura y la exploración del medio como pilares de la educación para la primera infancia, al reconocer en estos elementos las formas primordiales a través de las cuales los niños y las niñas se relacionan entre sí, con los adultos y con el mundo para darle sentido, promoviendo a su vez el desarrollo integral.

Este trabajo se realizó bajo los parámetros de la investigación cualitativa para leer y comprender el hacer de las docentes de la institución Aquileo Parra en cuanto a sus creencias sobre el juego, determinar sus actuaciones y particularidades del juego en de la enseñanza reflejada en sus experiencias e historias. De esta manera las tesis están inmersas como entes que dialogan acerca de la realidad, desde un enfoque hermenéutico el cual enfatiza en la interpretación y comprensión que el maestro hace del objeto de estudio encontrando un significado o un sentido a las distintas realidades humanas. Se usó la metodología de estudio de caso, puesto que es una metodología cualitativa descriptiva la cual, se emplea como una herramienta para estudiar algo específico dentro de un fenómeno complejo. Los instrumentos

utilizados para recoger la información fueron: Diario de campo, entrevistas (abiertas y semiestructuradas) y videograbaciones.

Finalmente, después de haber llevado a cabo este proyecto se conoció las creencias que tenían las maestras respecto al juego, permitiendo comprender el porqué de su quehacer docente y la importancia que tendría brindar un espacio de diálogo con sus pares y potenciar el hecho de que algunas de ellas creen que en el juego y solo en el juego está la posibilidad de que los niños puedan crear, soñar, imaginar, ser auténticos, libres y únicos, lo cual se constituye en una importante proyección del trabajo. No obstante, las investigadoras consideraron que en el aula y en la escuela hay factores como las dinámicas escolares, los espacios y las normatividades que hacen que esas creencias deban acoplarse a las mismas en el momento del accionar.

La segunda tesis, para esta categoría es la titulada *“Aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo”*, elaborada por Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Luis Oscar Alzate Zapata, Leidys Diana Pérez Aguado y Sandra Liliana Valencia (2012), tuvieron como objetivos generar herramientas que permitan diseñar material didáctico para orientar la enseñanza de la estructura multiplicativa en grado segundo e involucrar el juego educativo con el fin de estudiarlas, así como poder observar cuáles son los factores que influyen para que los estudiantes se vean encaminados hacia un aprendizaje significativo.

Ramírez y otros (2012) consideran que la estructura multiplicativa es un campo conceptual propuesto por Vergnaud y por esta razón se propone que una de las mejores opciones para que los estudiantes se apropien de esos conceptos, es a través de una situación problema, entendiéndose esta como un contexto de participación colectiva donde los estudiantes interactúan con ellos mismos y con el profesor, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos.

Según los autores, la importancia del juego y el material didáctico en la enseñanza de la estructura multiplicativa favorece el desarrollo de las funciones mentales, la iniciación a

conceptos, y “permite repeticiones frecuentes que mejoran la capacidad de atención, retención y comprensión del niño” (Decroly, 2002, citado por Ramírez y otros, 2012 p.4), siendo una de las muchas formas que el niño puede desarrollar mejor sus capacidades.

Las conclusiones a las que llegaron los autores de este trabajo refieren a que la conceptualización de las estructuras multiplicativas utilizando como mediador el juego es relevante porque en grado segundo el estudiante ya ha pasado por un proceso inicial de aprendizaje de la multiplicación, el juego es cultural e histórico en los seres humanos y los motiva a aprender.

La tercera tesis titulada “*Los juegos tradicionales como estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones básicas del área de matemáticas, en el grado tercero de primaria de la Institución Educativa Sofonías Yacup, sede Lope Rodríguez, ubicada en el municipio de La Tola - Nariño*”, elaborada por José Tello, Vanessa Hurtado y Miriam Cortés (2019), para obtener el grado de Licenciados en Etnoeducación de la Universidad Abierta y a Distancia (UNAD), tuvo como objetivo general promover el aprendizaje significativo de las operaciones básicas del área de matemáticas con estudiantes de grado tercero y empleando estrategias didácticas pertinentes para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de dichas operaciones a través de los juegos tradicionales.

Tello, Hurtado y Cortés (2019) reconocen que el aprendizaje significativo de las operaciones básicas del área de matemáticas son el pilar para la comprensión de las demás estructuras del conocimiento y contribuyen a fomentar un pensamiento crítico social, la resolución de problemas, una adecuada comunicación entre todos y el reconocimiento de valores y saberes ancestrales a través de los juegos tradicionales.

Los autores de esta tesis sugieren que el juego es un aspecto muy importante en el desarrollo del niño como preparación para su vida de adulto, para ello retoman las tesis de Karl (1902) quien afirma “ *el juego es objeto de investigación especial [...] porque fortalece el [...] desarrollo del pensamiento*” p.28, y los juegos tradicionales les permite conocer un poco

más acerca de sus raíces culturales de su región, contribuyendo a la preservación de su cultura regional como fuente de conocimiento y tradición.

Como conclusión se expone que la implementación de juegos permite responder de manera significativa a las necesidades del conocimiento de los estudiantes en relación con sus intereses, motivaciones e identidad cultural, para la adecuada aplicación y seguimiento es importante organizarlos en una secuencia didáctica que sea pertinente al desarrollo del pensamiento del niño y que a su vez tenga unos objetivos claros, donde el ambiente de aprendizaje y la metodología de la enseñanza, aporten a la comprensión de las operaciones matemáticas.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema que origina la propuesta tiene tres vértices (en términos del triángulo didáctico de Brousseau), los referidos al maestro, saber y estudiante y manifiesta las siguientes relaciones: la relación entre el “profesor” y el “saber”, donde el saber que ostenta el profesor no es el mismo que enseña ni el que se espera en el estudiante, la segunda relación entre el “profesor” y el “estudiante”, el profesor debe tener claro que su conocimiento es mucho más estructurado que el del niño, por lo tanto, debe buscar estrategias pedagógicas que le permitan hacer enseñable su saber (transposición didáctica) y la tercera relación que se da entre el “estudiante” y el “saber”, el estudiante logra desarrollar una estructura multiplicativa amplia que le permite resolver problemas del contexto y es fundamental para el desarrollo de otras estructuras como la algebraica, aritmética y funcional.

Esta investigación se fundamenta en tres tensiones. La primera es la *presencia de dificultades por parte de los niños, en el aprendizaje de algunos contenidos relacionados con la estructura multiplicativa*, los cuales son estudiados por algunos investigadores de la didáctica de la matemática como se muestra a continuación:

- Se presta poca atención al orden de unidades que alcanza el número producto de otros dos. Dicho de otra manera, no se trabaja con los alumnos el que sepan cuán grande va a ser, cuántas cifras va a tener o qué orden de unidades va a alcanzar el producto de otros dos números (Martínez, 2010, p. 322).
- El tratamiento didáctico de las categorías semánticas correspondientes a los problemas de estructura multiplicativa implica la consideración de aspectos que suelen ser obviados en muchos de los enfoques didácticos (Martínez, 2010, p. 462).
- El aprendizaje de memoria de las tablas de multiplicar puede resultar engorroso y sin sentido para los niños, por lo tanto, es un obstáculo para consolidar el algoritmo (Castro, Rico y Castro, 1995).
- El no uso de otros algoritmos que sirvan como andamiaje para conseguir solvencia en el algoritmo estándar (Maza, 1991).

En relación con esta tensión María Lucía Gervasi de Esain (2011), afirma que corresponde dar al niño la oportunidad de actuar [...] reflexionar sobre sus acciones [...] confrontar [...] con las que se familiariza [...] elabora imágenes mentales [...] y estructura sus conocimientos, los niños y niñas resuelven frecuentemente conceptos matemáticos a través de sus experiencias.

Es así como en esta y otras investigaciones, por ejemplo la desarrollada por Jody Sherman (2010) se propone que la Educación Matemática en Primera Infancia, es importante porque las habilidades matemáticas predicen el rendimiento académico en su vida escolar y se desarrollan generalmente antes de iniciar la escuela, por tal motivo es importante que en la etapa escolar se promuevan estas habilidades (actuar, reflexionar sobre sus acciones, elaborar imágenes mentales), en los niños empleando los mejores métodos de aprendizaje.

Kelly S. Mix (2010) afirma que los conceptos numéricos surgen antes del ingreso formal a la escuela. Los niños y las niñas preescolares muestran habilidades verbales, tales como, contar, conceptos de equivalencia, orden y la transformación cuantitativa, por esto es importante el debate que aparece acerca de los mecanismos que se deben implementar para que dichas habilidades fluyan, las investigaciones sobre las matemáticas en el preescolar se han centrado en el conteo verbal.

Apoyados en Gardner (2000) quien desde una perspectiva neuropsicológica afirma que en primera instancia se sabe que las distintas etapas del desarrollo corresponden con unos patrones neurológicos distintos y que en esta relación cerebro – mente, las experiencias de principio de vida tienen una importancia especial para la vida posterior y por ende la educación debería empezar durante los primeros años de vida, se justifica el interés por el conocimiento del nivel de desarrollo de la competencia matemática de los niños en la edad preescolar, ya que es el momento adecuado para identificar debilidades y fortalezas que puedan dar luz a las estrategias educativas eficaces que apunten a mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje.

A los estudiantes se les presentan dificultades en la construcción de las estructuras multiplicativas como: “en la resolución de problemas añadir más números genera falsas concepciones como multiplicar se hace mayor y dividir se hace menor o se divide el número más largo entre el más corto; desde el maestro los errores que se cometen son: pensar que en la escuela el niño construye conceptos en un tiempo corto lo que se ha construido por muchos siglos, se enfocan en el afán de hacer cálculos, pero se pierde de vista la construcción de los conceptos” (Martínez 2011, p. 466-467) y “reducir el aprendizaje del algoritmo a una técnica, a una enseñanza de procedimiento” (Maza 1991, p. 96).

Una segunda tensión tiene que ver con las pocas herramientas que tiene el profesor de la educación básica primaria, para proponer actividades innovadoras, que le permita al estudiante aprender de manera significativa y superar las dificultades, si llegasen a presentarse.

En atención a esto se deduce que las prácticas pedagógicas de los docentes de la básica primaria son de estilo tradicional, por ejemplo, la mayoría de los maestros realizan clases magistrales, que poco permiten la interacción de los estudiantes con el objeto de estudio, olvidándose de que el proceso de aprendizaje puede darse en diversos escenarios, que la variedad aumenta la motivación de los estudiantes y promueve la construcción de los aprendizajes.

“Andrade L., Perry P., Guacaneme E., y Fernández F. (2003, citados por Castaño, Forero y Oicatá, 2015, p.27) ofrecen algunas características de lo que para ellos es la práctica tradicional de enseñanza de la matemática. Estos autores dicen que la acción predominante del profesor es hablar para exponer, ilustrar y hacer aclaraciones sobre los contenidos matemáticos que enseña, para recordar y enfatizar ideas que considera importantes; también sus enunciaciones tienen que ver con dar instrucciones metodológicas sobre el trabajo (sobre cómo se organizan y sobre las tareas). Las preguntas que los profesores formulan al grupo suelen ser generales y descontextualizadas. Generalmente el intercambio verbal con los alumnos se da bajo la dirección del profesor (él decide quién, sobre qué se habla, cuándo y

cuánto). Esta acción del aula se intercala con la de escribir en el tablero”. Se sigue una misma secuencia en cada clase, (se llama a lista, se revisa tarea, se aclaran dudas y eso cuando queda tiempo, se desarrolla el nuevo tema, se realizan ejercicios mecanizados, y se deja la nueva tarea), sin importar el tema se desarrolla así una y otra vez.

Castaño (1997, citado por Castaño, Forero y Oicatá, 2015, p.28) en relación con las prácticas tradicionales y los momentos como se estructura la clase, afirma que muchas de las prácticas de enseñanza de la matemática se desarrollan en una secuencia de cuatro o cinco momentos: presentación, reproducción, ejercitación y aplicación de un modelo. Incluyen un quinto componente, el de evaluación del aprendizaje, que más que un momento definido generalmente puede darse a lo largo del proceso. Es posible que en prácticas particulares se den ordenamientos distintos o que se amplíe o reduzca el número de pasos, pero en el fondo se mantiene la misma estructura de enseñanza.

Esta forma de entender la enseñanza se corresponde con visiones sobre qué es aprendizaje y, como consecuencia, sobre qué es enseñar. Las prácticas tradicionales se soportan en concepciones reduccionistas del aprendizaje y de la enseñanza. Del lado de la enseñanza, el maestro, como poseedor del saber, presenta un modelo a los estudiantes (por ejemplo, una forma de hacer una operación) y realiza junto con ellos las actividades necesarias para que estos lo logren reproducir en los términos en que les fue presentado.

Finalmente, una tercera tensión, es *la falta de propuestas de aula que involucren unidades didácticas con mediación de material didáctico estructurado, que permita potenciar en los niños la estructura multiplicativa.*

Algunos autores como Piaget (1945) y Vygotsky (1933), (citados por Ramírez, Alzate, Pérez y Valencia (2012)), manifiestan que el juego es muy importante porque favorece el desarrollo de las habilidades de razonamiento matemático, los juegos son esenciales como recurso didáctico en el proceso enseñanza aprendizaje, y los maestros de la básica primaria deberían proporcionarles a los estudiantes esas herramientas que les permitan explorar e interpretar

sus aprendizajes y a la vez sean más participes de su proceso de formación. Según Ramírez, Alzate, Pérez y Valencia (2012) “*debemos [los profesores] convertirnos en asiduos lectores e investigadores*” (p.1091). De acuerdo con lo anterior, esta propuesta de aula tiene como eje central diseñar una unidad didáctica que facilite la enseñanza de la estructura multiplicativa en estudiantes de grado segundo.

Si bien, como se mostró en el capítulo de antecedentes del presente trabajo, se han adelantado investigaciones sobre la estructura multiplicativa que involucre recursos didácticos, son pocas las que disponen esos recursos en unidades didácticas.

De acuerdo con las tres tensiones expuestas, la pregunta que orienta esta propuesta pedagógica es: **¿Qué elementos de tipo pedagógico, matemático y didáctico se deben considerar en el diseño de una unidad didáctica para el desarrollo de la estructura multiplicativa en niños de grado segundo?**

5. OBJETIVOS

5.1. OBJETIVO GENERAL

Diseñar una unidad didáctica que emplee el juego como dispositivo didáctico, en la enseñanza de la estructura multiplicativa para grado segundo.

5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Reconocer los elementos matemáticos fundamentales (o necesarios) en una unidad didáctica para desarrollar la estructura multiplicativa en grado segundo.
- Identificar los juegos, que permiten potenciar la estructura multiplicativa y su disposición en una unidad didáctica niños para niños de grado segundo.
- Reflexionar, sobre las consideraciones didácticas para tener en cuenta por el profesor de la básica primaria, a la hora de abordar la estructura multiplicativa como objeto de enseñanza.

6. MARCO TEÓRICO

Esta Unidad Didáctica está enmarcada en tres referentes para su desarrollo: referente normativo, en el que se reconoce las orientaciones de los Lineamientos Curriculares de matemáticas, los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje; referente matemático en el que se desarrolla la comprensión de la estructura multiplicativa; referente didáctico, en el que se expone la importancia de las unidades didácticas para la enseñanza de las matemáticas y el juego como dispositivo didáctico.

6. 1. REFERENTE NORMATIVO:

Los Lineamientos Curriculares de matemáticas, precisan que la estructura multiplicativa está implícita en el pensamiento numérico que hace parte de la estructura curricular.

En las distintas actividades que todas las personas debemos desarrollar durante la vida sin importar la profesión, la aritmética y en general las relaciones numéricas se convierten en una necesidad cotidiana, por tanto en los Lineamientos Curriculares se establece como una prioridad el desarrollo del pensamiento numérico y para ello se debe abordar de manera amplia y precisa los sistemas numéricos vistos como sistemas que incluyen no solo el sentido numérico, también el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, las ordenes de magnitud, entre otras.

En este orden de ideas se retoma y amplía el concepto de McIntosh (1992), citado en los Lineamientos Curriculares (1998, p.26) donde afirma que “El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” de esta manera se da valor a los métodos cuantitativos y se califican como útiles para comunicar, procesar, interpretar”.

Según los Lineamientos, para el desarrollo del pensamiento numérico resulta esencial:

- Comprensión de conceptos que fundamentan los algoritmos.
- El conocimiento de que los números pueden representarse de diferentes maneras.
- El reconocimiento de que algunas representaciones son más útiles que otras en ciertas situaciones de resolución de problemas.
- Comparación con puntos de referencia: Uso de puntos fijos en nuestro sistema de numeración que son útiles para hacer juicios.

En los Lineamientos, se proponen tres aspectos básicos que pueden ayudar al desarrollo del pensamiento numérico de los niños y las niñas a través del sistema de los números y a orientar el trabajo en el aula.

1. Comprensión de los números y de la numeración.
2. Comprensión del concepto de las operaciones.
3. Cálculos con números y aplicaciones de número y operaciones.

De acuerdo con lo anterior los lineamientos, reconocen que,

“Los aspectos básicos que según varios investigadores (por ejemplo, NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas) sigla en inglés, 1989; Dickson, Rico, 1987; Mcintosh, 1992) se pueden tener en cuenta para construir el significado de las operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación tiene que ver con: 1). Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen, 2) reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones, 3) Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones, 4) Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones” (MEN, 1998, p. 30)

Según este referente, se han propuesto diversos tipos de problemas para las cuatro operaciones básicas. Para la multiplicación se proponen problemas de los siguientes tipos: factor multiplicante, adición repetida, razón, producto cartesiano.

Para lograr que los niños comprendan el efecto de las operaciones, a menudo se usan modelos los cuales facilitan esta acción, en el caso de la multiplicación modelarla como una adición

repetida suministra una forma concreta para que los alumnos piensen en la multiplicación y también en su solución, es importante explorar varios modelos para que los estudiantes identifiquen las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. Una variedad de modelos tales como una recta numérica o un modelo de arreglo son de gran ayuda en la medida que los niños ven la multiplicación en una variedad de contextos y modelos.

Las diferentes estrategias que los adultos utilizan, según los Lineamientos, para hacer cuentas nos permiten establecer que el niño debe desarrollar a otras habilidades diferentes al algoritmo tradicional de una operación como poder hacer cálculos mentales, aproximaciones, utilizar la calculadora, entre otros. Con relación a los algoritmos tradicionales es uno de los aspectos que más se trabajan dentro de las aulas de clase, sin embargo, se debe enfatizar en la comprensión de conceptos subyacentes, en el uso de materiales físicos para crear modelos de los procedimientos, en conectar el trabajo con los materiales con los pasos a seguir en el algoritmo, en entender su utilidad en la vida cotidiana y en el desarrollar patrones de pensamiento.

Por su parte los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), al igual que los Lineamientos Curriculares presentan como organizadores curriculares el contexto, los procesos generales y los conocimientos básicos, estos últimos a su vez organizados en pensamientos y sistemas: El pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Los Estándares reconocen que la estructura multiplicativa hace parte de las actividades centradas en la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números es decir del pensamiento numérico el cual exige dominar progresivamente un conjunto de conceptos, procesos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos los cuales permiten configurar la estructura de los diferentes sistemas numéricos que se representan.

A su vez, los procesos generales son: formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Según el MEN (2006) “el conjunto de estándares debe entenderse en términos de procesos de desarrollo de competencias que se desarrollan gradual e íntegramente con el fin de ir superando niveles de complejidad creciente en el desarrollo de las competencias matemáticas a lo largo del proceso educativo” (p, 76).

Los estándares que se tuvieron en cuenta para el diseño de la Unidad Didáctica para grado segundo son:

- Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.,) relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.
- Uso diferentes estrategias de cálculo (especialmente el cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identifico si a la luz de los datos de un problema los resultados obtenidos son o no son razonables.
- Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo.

Finalmente, los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015), exponen los aprendizajes como un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes estructurantes para un grado y área en particular, relacionados con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias planteando elementos para construir las rutas de enseñanza y que los estudiantes alcancen los resultados esperados. Su estructura está compuesta por el enunciado que hace referencia al aprendizaje, las evidencias donde se muestra al maestro si el estudiante está o no, alcanzando el aprendizaje y el ejemplo como la concreción y complemento de las evidencias del aprendizaje.

Los enunciados considerados en para la elaboración de la Unidad Didáctica, fueron:

- Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad de una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.
- Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo.
- Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.

6.2. REFERENTE MATEMÁTICO

La estructura multiplicativa “se refiere a los conceptos relacionados con las relaciones de multiplicar y dividir que están presentes y son necesarios y fundamentales en las actividades social, cultural y científica” (Segovia y Rico, 2011, p. 101)

Para el desarrollo de este referente se tendrá en cuenta las comprensiones sobre multiplicación, los modelos, los problemas, y los algoritmos que se engloban en la estructura multiplicativa.

6.2.1. Diversas formas para comprender la multiplicación.

Desde las matemáticas, se puede comprender la multiplicación como:

- Suma reiterada: Se entiende desde Maza (1991 p.18), la definición de suma reiterada como el cardinal de la unión de dos conjuntos disjuntos, $a \times b = c$, donde a es cardinal del conjunto A y b sería el cardinal que marca las veces, para hallar el cardinal c que es la unión de los anteriores.

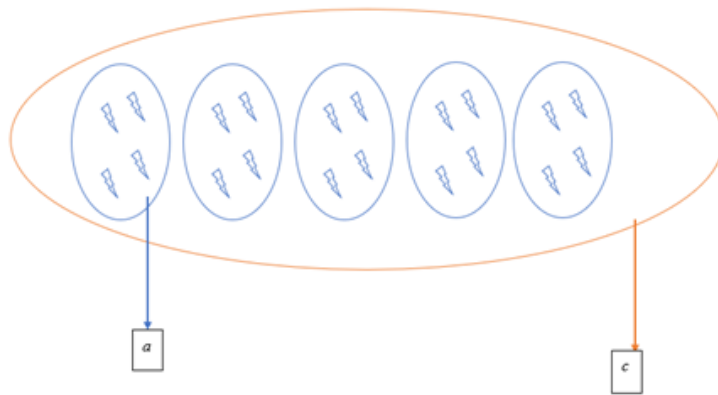


Ilustración 1. Adaptación figura 1.1 Maza (1991, p.19)

Se debe definir la multiplicación como una suma reiterada porque la función que cumple cada uno de los factores es distinto, el primer factor se refiere al número de elementos de cada grupo (multiplicando) y el segundo factor hace referencia al número de grupos que se repite del primer factor (multiplicador). Ejemplo: $n \times n = n$ donde $4 \times 5 = 20$, de ahí que tiene un carácter binario, a los dos números (4 y 5) se le asigna un tercer número (20), $4+4+4+4+4$, se repite cinco veces el cuatro.

La multiplicación es una operación binaria desde el punto de vista matemático, pero comienza siendo unitaria en su aprendizaje, las cantidades están claramente diferenciadas para después hacerse intercambiables por su modo reversible o sea la aplicación de la propiedad conmutativa.

- Multiplicación como producto cartesiano: Según Maza (1991, p 19), Entender la multiplicación como la realización de un producto cartesiano supone cosas diferentes respecto a la definición anterior. Dentro de la misma, los conjuntos A y B tienen el mismo nivel de abstracción: se refieren a conjunto de elementos concretos, sean los que sean. En cambio, el resultado c es el cardinal de un conjunto cuyos elementos son combinaciones de elementos de A y B.

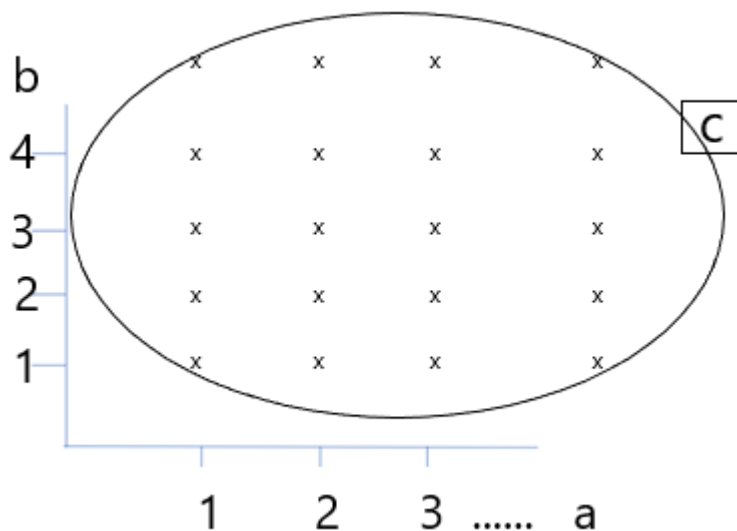


Ilustración 2 Adaptación figura 1.2 Maza (1991, p.20)

Entonces la multiplicación como suma reiterada a y c tienen la misma naturaleza, y b es distinta a las anteriores; mientras que en la multiplicación como producto cartesiano a y b tienen la misma naturaleza, y c es distinta a las anteriores, la primera se apoya en una concepción unitaria y la segunda en una concepción binaria simétrica donde los dos factores desempeñan el mismo papel (Maza, 1991, p.20).

6.2.2. Modelos para la multiplicación

Existen modelos que ayudan a reconocer las estructuras particulares de la multiplicación. Según Castro, Rico y Castro (1995, pp.46-50), estos son:

- **Modelos lineales:** En primer lugar, podemos considerar modelos de recuento, en los que se utiliza la línea numérica. Si la línea numérica tiene un soporte gráfico, el producto $n \times a$ (“ n veces a ”) se modeliza formando un intervalo de longitud a -unidades y contándolo n -veces:

Cuando la recta no tiene soporte material se cuenta sobre la sucesión numérica de a en a , hasta hacer n veces ese recuento. Esta destreza se ha estimulado con trabajo previo sobre recuentos en la recta de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, etc.

El esquema de la división es similar; consiste en contar hacia atrás desde el dividendo, y de tanto en tanto, según indique el divisor.

El número de pasos dados es el cociente. En este caso se cambia el modelo usual de la división, ya que el divisor no es ahora el número de partes que se hacen, sino la cantidad igual a que toca cada parte. Si el divisor es pequeño, 2 o 3, puede intentarse con el modelo de la línea numérica, su división en las partes iguales correspondientes, sin cambiar así los papeles del divisor y cociente. Pero la utilización más sencilla de este modelo es como resta reiterada y contando hacia atrás, y no tanteando los puntos en los que la longitud total del dividendo queda partida en partes iguales.

- **Modelos cardinales:** La segunda familia de modelos utiliza el contexto cardinal para representar uno o los dos factores. Entre los tipos más utilizados tenemos:
 - La unión repetida de conjuntos cardinales, usualmente con los mismos objetos
 - La distribución de objetos en un esquema rectangular. Para ello se hace una fila con tantos objetos como nos indica el multiplicando y se forman tantas filas como dice el multiplicador. En este modelo cada uno de los factores se puede reconocer en la representación
 - Producto cartesiano de dos conjuntos. Así el producto 2×3 se puede representar tomando un conjunto de 2 blusas y otro de 3 pantalones, y formar todos los pares ordenados de blusa y pantalón, normalmente mediante un cuadro de doble entrada. El total de pares ordenados nos da el resultado del producto 2×3
 - Diagrama de flechas. Se dibujan tantas flechas como puedan trazarse desde un conjunto al otro conjunto. Por ejemplo, de un conjunto de 2 elementos a otro de 3 elementos nos da el producto 2×3 En el caso de la división el modelo más usual es el de repartir en partes iguales. Se tiene un conjunto con 12 elementos y se abren a partir de él 3 subconjuntos. Hay que repartir los elementos iniciales a partes iguales entre los tres subconjuntos, lo que toca a cada parte, es el cociente.

La distribución rectangular de un total de elementos, dados por el dividendo, en tantas filas (o columnas) iguales como indique el divisor es otro modelo adecuado. El cociente se determina contando el número de columnas (o filas) obtenidas. En cada uno de estos casos los elementos sobrantes en el reparto o distribución dan el resto de la división.

- **Modelos con medida:** Las regletas de Cuisenaire nos proporcionan un modelo adecuado del número como longitud. Para realizar un producto con regletas 2 x 3, por ejemplo, se toman las regletas 2 y 3 respectivamente y se colocan en cruz y a continuación se toman tantas regletas abajo como indique la longitud de arriba, en este caso se toman dos regletas de tres, y ya podemos prescindir de la regleta superior cuya función era indicar cuantas de tres había que tomar. El resto del proceso es el conocido: realizar la suma de las dos regletas de tres.
 - Con la balanza utilizamos el contexto número/medida/ peso.
 - Realizar un producto consiste en colocar tantas veces una unidad de peso indicada (multiplicando) como veces nos indique otro número (multiplicador).
 - El resultado es el peso global en el otro platillo para equilibrar la balanza.

La división con estos dos materiales resulta muy sencilla. Consiste en establecer la equivalencia entre una longitud o peso global (dividendo) y otro más pequeño (divisor) que hay que hacerlo varias veces hasta conseguir dicho equilibrio. El número de veces en ambos casos se obtiene contando y nos da el cociente.



Ilustración 3 Regletas de Cuisenaire (Martín, Malena. Blog)

- Modelos numéricos:** Un cuarto tipo de modelos aparece cuando se considera en contexto estrictamente simbólico, y los números aparecen únicamente simbolizados. En este caso el producto es una suma reiterada $3 \times 4 = 3$ veces $4 = 4 + 4 + 4$. Esta idea subyace a muchos de los modelos en los que se emplea material o representaciones gráficas.

La división se interpreta como una resta reiterada $12: 4$ consiste en ver cuantas veces puede restarse 4 de 12, hasta llegar a 0, así: $12 - 4 = 8$, $8 - 4 = 4$, $4 - 4 = 0$ de esta manera hemos conseguido restar 3 veces 4 de 12, luego $12: 4 = 3$.

Pero también puede interpretarse como suma. En un problema propuesto por nosotros a alumnos de 6º Nivel que decía: “Queremos repartir 2.000 pesos, en monedas de 100 pesos, ¿cuántas monedas necesitaremos?” muchos niños hicieron sumas de sumandos 100 hasta alcanzar 2.000.

- Modelos de razón aritmética:** Hay un quinto tipo de modelos en los que se abre un amplio campo de aplicaciones a la estructura multiplicativa. Se trata de los modelos

de razón o comparación. En ellos hay que realizar la comparación de dos conjuntos, o dos cantidades, en términos de “cuantas veces más”. El caso más sencillo se da al comparar dos conjuntos disjuntos de objetos discretos. Una técnica usual de comparación es establecer una correspondencia de varios a uno que nos da el factor de conversión o comparación.

Dentro de esta misma clase de modelos de razón podemos considerar el que se fundamenta en la semejanza de triángulos y que puede utilizarse con dos líneas numéricas convergentes. Si queremos realizar el producto 3×4 tomamos sobre una de las rectas, por ejemplo, la horizontal, el valor 3. Sobre la otra señalamos el punto 1, que unimos mediante trazo con el 3 anterior. Sobre la segunda recta señalamos también el punto 4 y trazamos por él una paralela a la que se trazó. El punto de corte con la recta horizontal señala el resultado del producto. El Teorema de Thales nos justifica este resultado.

- **Modelos funcionales:** Finalmente, nos queda una quinta familia de modelos: se trata de todos aquellos casos en los que el producto aparece con carácter de función u operador. De nuevo el caso más sencillo consiste en considerar cada operación como una máquina-operador que transforma números-estados en números-estados.

Así: 3 (estado inicial) $\times 4$ (operador) 12 (estado final)

o bien: 12 (estado inicial) dividido 4 (operador) 3 (estado final)

6.2.3. Problemas de estructura multiplicativa:

Los problemas que se resuelven usando una multiplicación o división se denominan de estructura multiplicativa, “los enunciados de estos problemas contienen una relación cuaternaria entre tres cantidades, dos de ellas aparecen explícitamente en el enunciado y se pide hallar una tercera cantidad que contempla la relación” (Segovia y Rico, 2011, p. 106).

Los problemas con esta estructura son:

- **Problemas de proporcionalidad simple:** Subyace una proporcionalidad entre dos magnitudes. En ellos se establecen dos relaciones o correspondencias entre dos cantidades de cada una.



Es así como surgen tres tipos de problemas según se desconozcan una de las cantidades que ocupan los números 20, 5 o 4.

Tipo 1: Desconocido 20 (multiplicación)

Tipo 2. Desconocido 4 (división partitiva)

Tipo 3. Desconocido 5 (división coutitiva)

Estos tres tipos de problemas se pueden presentar en dos variantes sutiles de la proporcionalidad simple: Grupos repetidos y tasa, que surgen de enunciar de forma directa o inversa la relación 1→4. La forma directa enuncia que a cada uno le corresponde 4, que se expresa lingüísticamente en algunas de las formas: “cada uno”, “en cada uno”, “a cada uno” o similares según el contexto.

- **Problemas de comparación multiplicativa:** En la comparación de dos cantidades, una de ellas hace el papel de referente y la otra el de comparado referido. Al relacionar las dos cantidades podemos hacerlo en términos absolutos fijándonos en cuanto una cantidad es más grande o pequeña que la otra; este tipo de cotejo se llama aditiva. También podemos contrastar dos cantidades para establecer el número de veces que una es mayor o menor que la otra, en este caso se trata de la comparación multiplicativa, al número de veces se le denomina escalar.

La relación ternaria entre las tres cantidades que caracterizan los problemas de comparación se puede expresar mediante un esquema funcional.

$$f: \quad R \rightarrow C$$

$$r \rightarrow c = e \times r$$

Donde “ r ” es la cantidad referente, “ c ” la cantidad comparada y “ e ” el escalar.

Se pueden enunciar tres problemas diferentes, según que la cantidad desconocida en el problema sea el escalar, el comparado o el referente.

Al mismo tiempo para cada uno de estos tres casos el referente puede ser menor o mayor que el comparado, lo que da lugar a dos tipos de comparación: Comparación de aumento y Comparación de disminución.

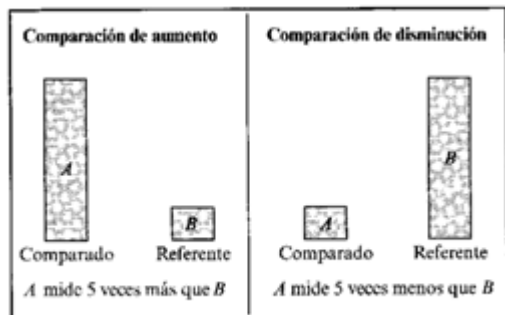


Ilustración 4 figura 4.14 Matemáticas para maestros Segovia y Rico (1991, p.109)

Dentro de estos están los problemas de igualación.

- **Los problemas de igualación:** Hay problemas de estructura multiplicativa en los que la comparación se realiza en términos de igualación. En ellos se enuncian las veces que en una cantidad es tan grande como otra.

En este tipo de problemas podemos encontrar tres subtipos: 1) comparado desconocido, 2) Escalar desconocido, 3) Referente desconocido.

Las expresiones lingüísticas para establecer la comparación de aumento de disminución y de igualación que hemos utilizado son: “veces más que”, “veces menos que” y “veces tal que”

- **Problemas de producto cartesiano:**

En estos problemas intervienen tres cantidades E1, E2 Y E3 de tal manera que el resultado de componer una cantidad de tipo E1 con una cantidad de tipo E2 da una cantidad distinta,

E3. Hay dos modalidades de problemas de producto cartesiano: Los de combinaciones y los de producto de medidas.

- **Los problemas de combinación:** Se basan en la formación de un conjunto de Pares ordenados a partir de dos conjuntos de objetos discretos. Hay dos variantes de problemas; en el primer tipo se trata de determinar el número de pares ordenados que se pueden formar con los elementos de dos conjuntos de objetos, mientras que en el segundo tipo se conoce el número de combinaciones y el número de elementos de uno de los conjuntos y se pide hallar el número de elementos del otro conjunto.

Dentro de estos están los problemas de productos de medidas que conllevan un producto cartesiano de dos magnitudes continuas, M_1 y M_2 dando como resultado una tercera magnitud continua, M_3 , una característica distintiva básica entre los problemas de combinaciones y de producto de medidas es que en los de combinaciones las magnitudes que intervienen son discretas, mientras que en los de producto de medidas son continuas. Hay dos tipos de problemas básicos de problemas de producto de medidas: Producto y factor desconocidos.

6.2.4. Algoritmos para la multiplicación

Es claro que el algoritmo estándar no es el único que existe para multiplicar, y que este debería ser el último en desarrollarse, ya que antes se debería iniciar a los niños con otro tipo de algoritmos, como los que se consideran a continuación:

- **Método egipcio:** En el papiro de Rhind (es el más antiguo de los papiros egipcios que data de 2000 a 1788 a.C.), un manual de antiguas matemáticas egipcias, escrito alrededor de 1700 a.C., se describe la siguiente forma de multiplicar. Para multiplicar, por ejemplo 25×27 se hace lo siguiente: (Newman, 1997, p.97, citado en Luque, Mora y Páez, 2002, p.81)

1	vez	27	es	27
2	veces	27	son	54

4 veces 27 son 108
 8 veces 27 son 216
 16 veces 27 son 432

Los números 1, 8 y 16 de la primera columna suman 25, por tanto 25 veces 27 se obtiene al sumar los resultados de estas filas: $25 \times 27 = 27+216+432 = 675$

- Método gráfico con líneas:** Este curioso método de multiplicar es atribuido a mayas, chinos e indios, hay quienes aseguran que se debe a los primeros y que está basado en el principio de *Tzeltal*, otros, que se debe a los segundos y que se fundamenta en que los chinos utilizaban varillas de bambú para representar los números (Luque, Mora y Páez 2002, p.82).

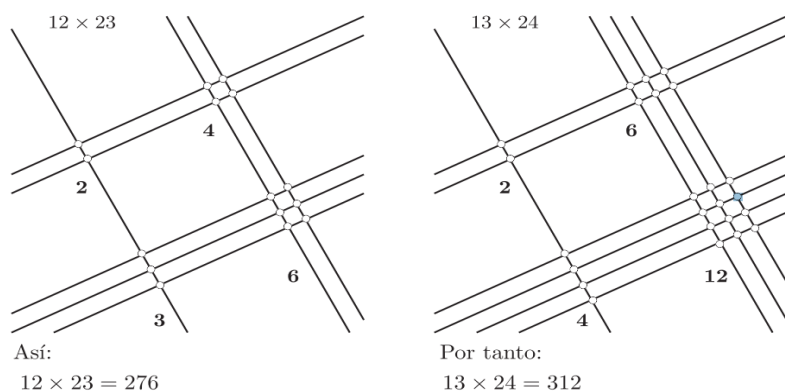


Ilustración 5 figura 2.15 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.82)

Aquí se muestra el procedimiento como se haría: 12×23 , para representar el número 12 se traza una línea y luego se ubican dos líneas separadas de la primera de manera diagonal, ahora de manera atravesada y también de manera diagonal se ubica primero dos líneas y se separa de otras tres líneas para formar el número 23, después se empieza a contar los puntos donde se intersecaron las líneas y se coloca el número resultante, luego se ubican estos números y forman el resultado final.

- **Método gráfico con círculos:** Para multiplicar por círculos debemos tener en cuenta al hacer círculos concéntricos de acuerdo con el número de cada cifra y tantos círculos como cifras tenga cada número.

Ejemplo: 23×32

Miramos el primer dígito del primer número y hacemos tantos círculos concéntricos como indique ese número (por ejemplo, si es 2 hacemos 2 círculos concéntricos).

Copiamos a la derecha esos círculos tantas veces como dígitos tenga el segundo número (por ejemplo, si el segundo número es de 2 cifras, al final quedan 2 dibujos de 3- círculos concéntricos).



Ilustración 6 figura 2.17 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.83)

Debajo los primeros círculos hacemos lo mismo con el segundo dígito del primer número, y así hasta que se nos acaben las cifras del primer número.

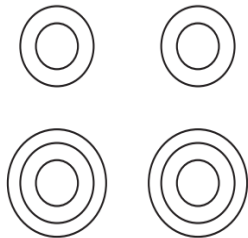


Ilustración 7 figura 2.18 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.83)

Ahora nos fijamos en la primera cifra del segundo número, y dividimos los círculos de la primera columna en tantas partes como grande sea esa cifra (por ejemplo, si la primera cifra del segundo número es 3, dividimos todos los dibujos de la primera columna en 3 partes).

Hacemos lo mismo en cada columna con su correspondiente cifra del segundo número hasta que terminemos con las cifras.

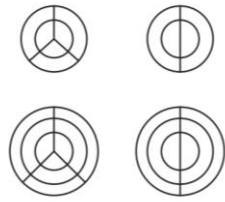


Ilustración 8 **figura 2.20** Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.84)

Dibujamos líneas en diagonal de derecha a izquierda para separar los círculos, pero sin que las líneas atraviesen los círculos.

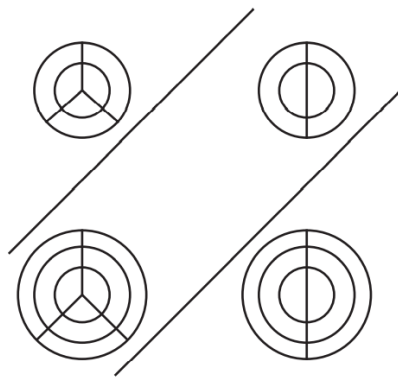


Ilustración 9 **figura 2.21** Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.84)

Para cada grupo de dibujos separados por las líneas contamos y sumamos las partes en las que ha quedado dividido cada círculo.

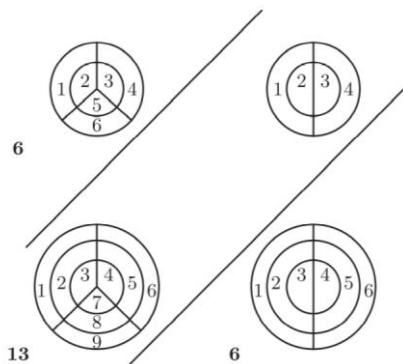


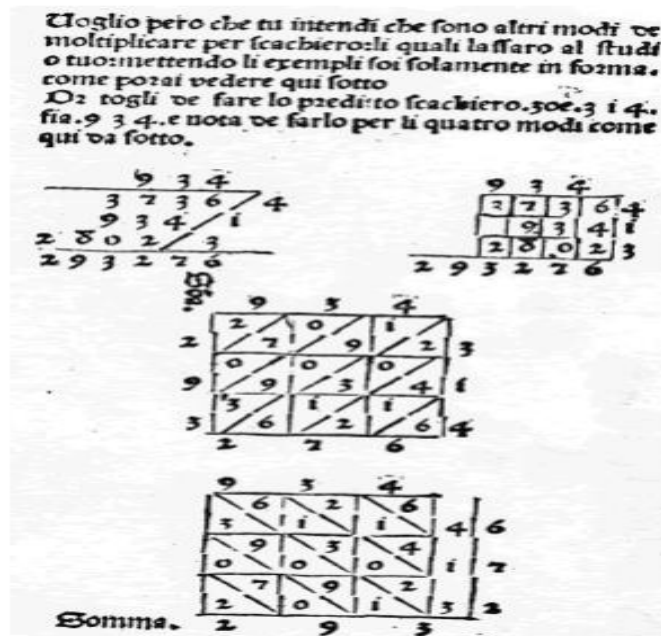
Ilustración 10 **figura 2.22** Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.85)

Ahora, vamos de derecha a izquierda cogiendo esas sumas: cogemos la unidad del primer número y la escribimos en otro lado. Las decenas (si las tiene) se las sumamos al

siguiente número, el que esté a la izquierda. Cogemos las unidades de ese número y las escribimos a la izquierda del que hemos escrito en otro lado, y las decenas se las sumamos al siguiente.

Haciendo esto hasta que acabemos, al final obtenemos el resultado de la multiplicación

- $23 \times 32 = 736$
- **Método por cuadrilátero:** este tipo de multiplicación la usaban los hindúes aquí se presenta una parte de una página de la obra *Aritmética de Treviso* en 1478, citado en Luque, Mora y Páez (2002, p.85)



Tomado de: una página de la Aritmética de Treviso (1478, citado por Smith y Ginsburg, 1997, p. 51).

Ilustración 1 | figura 2.23 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.86)

y se hacía así:

Se construyen unas cuadrículas una con la cantidad de columnas igual al primer factor y cantidad de filas igual al segundo factor

Luego se parten en diagonales de cada uno de los recuadros en el mismo sentido.

Se empieza a multiplicar de derecha a la izquierda cada una de las columnas, anotando el producto un dígito en cada una de las dos partes del recuadro divididos por la diagonal. Después se suman de derecha a izquierda las diagonales, se agrupan si hay que llevar en la siguiente diagonal.

Se anota el resultado final copiando el numeral que forma de izquierda a derecha

Ejemplo:

Para multiplicar 987×987 se hace el cuadro de doble entrada y se procede a realizar la multiplicación de cada casilla

		9	8	7		
9	8 / 1	7 / 2	6 / 3		9	
7	7 / 2	6 / 4	5 / 6		8	
4	6 / 3	5 / 6	4 / 9		7	

Ilustración 12 figura 2.25 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.87)

Los números del cuadro inferior serían empezando por la derecha 974169, (Luque, Mora y Páez 2002, p.87)

Los indios a diferencia de los árabes dibujaban el cuadro apoyado en uno de sus vértices y en los lados superiores ubicaban los factores por tanto $324 \times 238 = 77112$

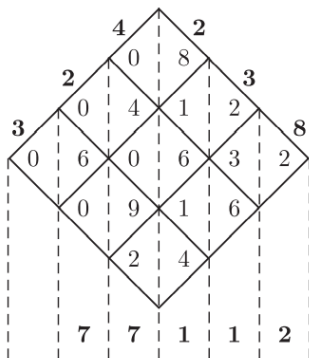
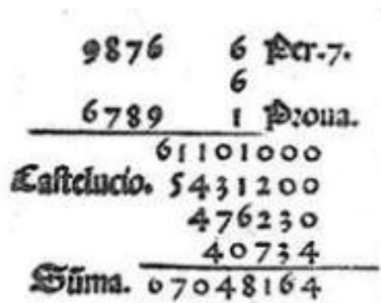


Ilustración 13 figura 2.26 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.88)

- **Método del castillo:** Otro proceso para multiplicar también de Luca Pacioli que puede considerarse como un antecesor de la forma moderna, se ilustra en la siguiente figura, multiplicando 9876 por 6789 (Luque, Mora y Páez 2002, p.88).



Pacioli (1494, citado por Meavilla, 2009, parra. 16).

Figura 2.27

Ilustración 14 figura 2.27 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.88)

No obstante, en la tercera línea, de abajo hacia arriba, muy seguramente no es 476230 sino 475230, que corresponde al producto de 6789 x 70

- **Método cruzado:** el método por *crocetta*, también fue mencionado por Pacioli y aunque fue muy efectivo para multiplicar factores de dos cifras, este autor también lo utilizó para más cifras, aquí veremos una copia con su explicación (Luque, Mora y Páez 2002, p.89).

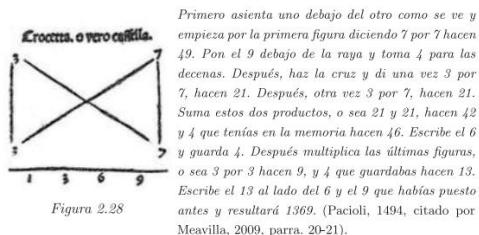


Figura 2.28

Ilustración 15 figura 2.28 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.89)

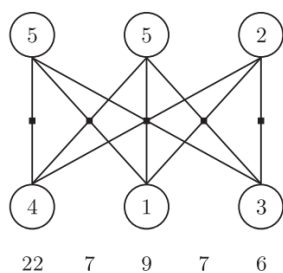


Ilustración 16 figura 2.29 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.89)

- **Método triangular:** En este método se escriben los dos números en horizontal, uno detrás de otro y poniendo en segundo lugar el que termina en cero (o el solo es de una cifra).

Se une cada dígito del primer número con el primer dígito del segundo número con dos líneas diagonales 8 como si formaran un triángulo)

En donde se corten cada dos líneas, se pone el resultado de multiplicar esos dos números. Empezamos desde arriba, se van sumando los resultados de las multiplicaciones de la siguiente manera: Se cogen las unidades del primer número, y las decenas “se llevan” y se suman al siguiente número; así hasta el final. El número que queda (añadiendo el cero al final) es el resultado de la multiplicación.

$$\begin{array}{r}
 4521 \\
 7373 \\
 \hline
 07 \\
 12 \\
 1403 \\
 2815 \\
 123506 \\
 350607 \\
 28151403 \\
 \hline
 33333333
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l} \cancel{4} \dots 1 \\ \cancel{7} \dots 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \times 7 = 07 \\ 4 \times 3 = 12 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \cancel{45} \dots 21 \\ \cancel{73} \dots 73 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \times 7 = 14 \quad 1 \times 3 = 03 \\ 4 \times 7 = 28 \quad 5 \times 3 = 15 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \cancel{452} \dots 521 \\ \cancel{737} \dots 373 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \times 3 = 12 \quad 5 \times 7 = 35 \quad 2 \times 3 = 06 \\ 5 \times 7 = 35 \quad 2 \times 3 = 06 \quad 1 \times 7 = 07 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \cancel{4521} \\ \cancel{7373} \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \times 7 = 28 \quad 5 \times 3 = 15 \quad 2 \times 7 = 14 \quad 1 \times 3 = 03 \end{array}
 \end{array}$$

Ilustración 17 figura 2.30 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.90)

- **Método ruso:** Este método utiliza divisiones sucesivas por dos y duplicaciones en otra parte. Finalmente se suman los resultados de la comuna de las duplicaciones que no correspondan en la columna de las divisiones a las cifras pares.

Ahora multipliquemos 136×342 también en base 10:

136	342
68	684
34	1368
17	2736
8	5472
4	10944
2	21888
1	43776
	46512

Ilustración 18 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.90)

- **Método Napier:** El tablero de fichas o ábaco de Napier consiste en una cuadrícula de las dimensiones deseadas, cuyas filas y columnas están marcadas como potencias de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 34, 64...), sin embargo, Napier decía que bastaba con un tablero de ajedrez y fichas (Luque, Mora y Páez 2002, p.91). Para ubicar un número en el ábaco, este se descomponía como sumas de potencias de dos y de esta manera y de esta manera, en una misma fila o columna se disponía una ficha por cada potencia de dos existente en la descomposición, de tal forma que en cada casilla solo se ubicará una ficha, pues dos fichas en una misma casilla corresponden a una ficha de la siguiente casilla.

Vamos a multiplicar 35×37

Ubicamos cada factor sobre el tablero, uno en la primera fila, de abajo hacia arriba, y el otro, en la primera columna de la derecha, así: (Luque, Mora y Páez 2002, p.92)

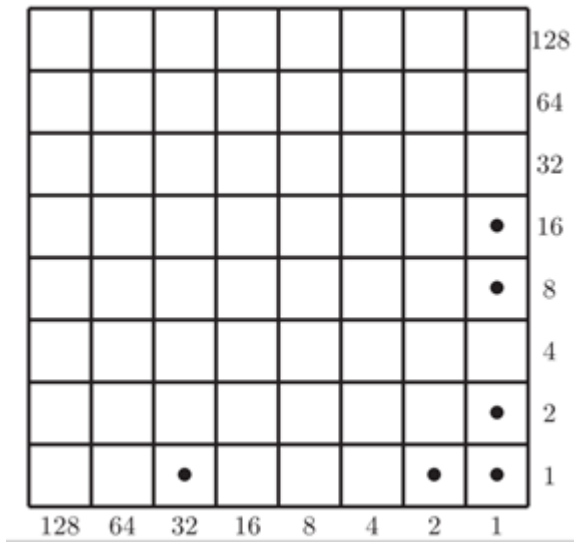


Ilustración 19 figura 2.32 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.92)

Posteriormente, ubicamos las fichas en las intersecciones de las filas y columnas que tiene fichas. (Luque, Mora y Páez 2002, p.92)

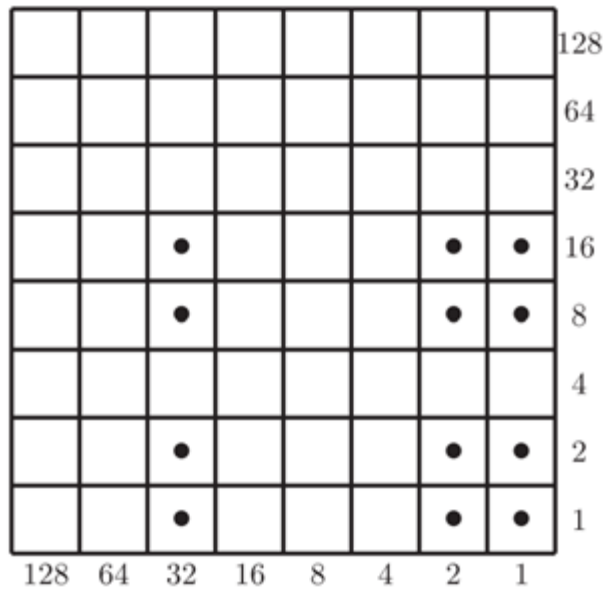


Ilustración 20 figura 2.33 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.93)

Después, movemos todas las fichas del tablero hacia la columna de la derecha, a la manera como corren los alfiles en el ajedrez. (Luque, Mora y Páez 2002, p.93)

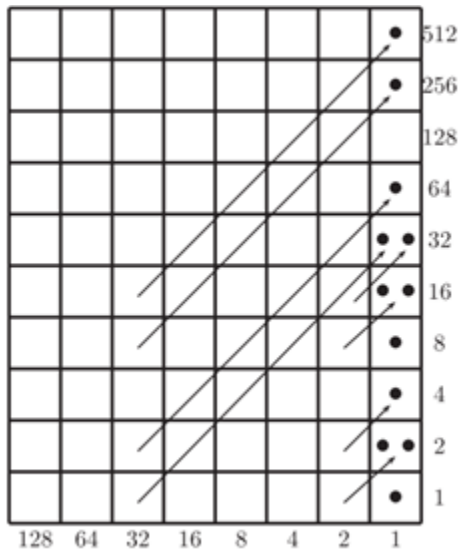


Ilustración 21 figura 2.34 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.93)

Luego, se aplica el hecho de que dos fichas en una casilla corresponden a una ficha en la casilla siguiente. (Luque, Mora y Páez 2002, p.94)

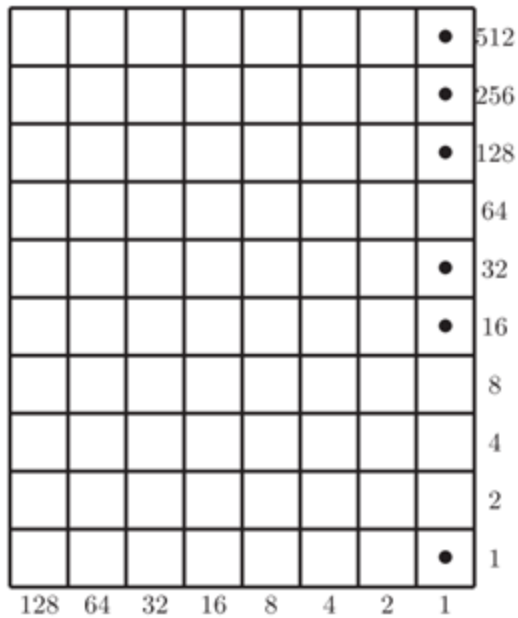


Ilustración 22 figura 2.35 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.94)

Con lo que se optime el producto buscado, es decir:

$$1 + 16 + 32 + 128 + 256 + 512 = 945 = 35 \times 27$$

(Luque, Mora y Páez 2002, p.94)

- **Multiplicación Fulmínea:**

Se escribe uno de los factores

Se invierten las cifras del multiplicador y se escribe esta hasta que la primera cifra quede en columna con la última cifra del multiplicador (como muestra la imagen)

Se multiplica cada una de la cifra del multiplicando por la que está en columna con ésta, por filas y el resultado se escribe al frente; en algunos casos se debe multiplicar dos parejas o más estos productos se suman y el total se coloca debajo del anterior asegurándose de que las unidades siempre queden un espacio más adelante que la anterior.

Finalmente se suman estos productos, respetando la posición dada y el total de dicha suma es también el resultado de la multiplicación.

135 × 234		37856 × 234	
1 3 5			
4 3 2	2	= 1 × 2	0037856
4 3 2	9	= 1 × 3 + 3 × 2	432 6
4 3 2	2 3	= 1 × 4 + 3 × 3 + 5 × 2	0432 23
4 3 2	2 7	= 3 × 4 + 5 × 3	00432 049
4 3 2	2 0	= 5 × 4	000432 0062
	<u>3 1 5 9 0</u>		0000432 00059
135 × 234 = 31590			00000432 000038
			000000432 0000024
			37856 × 234 = 8858304

Ilustración 23 figura 2.36 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.95)

- **Multiplicación abreviada:** Consisten en algunas técnicas que permiten hacer cálculos mentales dentro de las más conocidas están: Multiplicación abreviada por números del 11 al 19, multiplicación abreviada por números de dos cifras que

terminan en 1, las anteriores teniendo como base la regla de la multiplicación por uno (todo número multiplicado por uno dará como resultado el mismo número) y también se da relevancia a la posición de las cifras dentro de la operación.

- **Multiplicación con los dedos:** También las manos han sido utilizadas para realizar multiplicaciones. Se presenta una manera para encontrar la tabla del nueve. Para multiplicar cada dígito por nueve disponemos las manos como se muestran en la figura, numerando cada uno de los dedos con los dígitos. (Luque, Mora y Páez 2002, p.97)

A la izquierda del dedo doblado nos queda un dedo, el cual nos indica la cantidad de decenas en el producto buscado, y a la derecha del dedo doblado quedan ocho dedos, los cuales corresponden a la cantidad de unidades del producto, es decir $9 \times 2 = 18$. (Luque, Mora y Páez 2002, p.98)

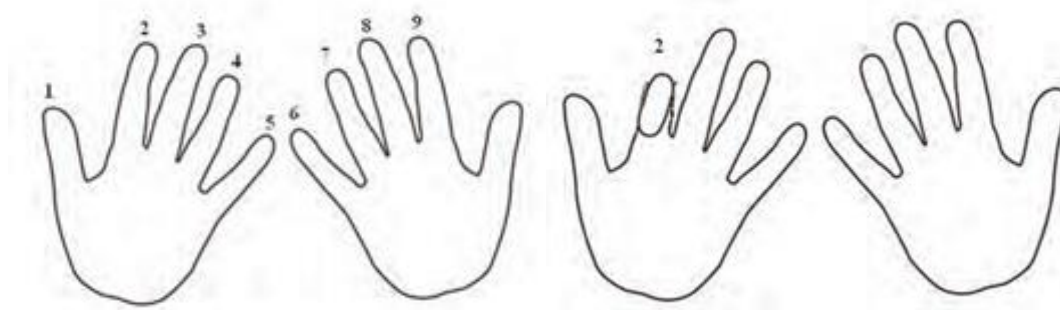


Ilustración 24 figura 2.37 y 2.38 Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos. Contar e inducir Luque, Mora y Páez (2002, p.98)

A partir de los diferentes algoritmos presentados, Maza (1991), sugiere que se presentan ciertos errores y obstáculos que permiten identificar no solo las dificultades manifiestas sino evaluar también el grado de destrezas desarrolladas. Cuando en el aula de clase se evidencian ciertas falencias el profesor pone en marcha una serie de acciones con aras de superar estos conflictos. Si a pesar de diferentes intervenciones pedagógicas los apuros persisten, estos errores pueden convertirse en obstáculos cognitivos que no le permiten al niño avanzar en su aprendizaje.

Ante este tipo de obstáculos una estrategia puede ser volver a presentar al niño el proceso más lentamente y en repetidas ocasiones para que de esta manera el niño automatice el orden oportuno de cada paso. Otra postura que puede complementar la anterior se centra en la de fortalecer los conocimientos base para alcanzar ese aprendizaje que no la ha sido posible adquirir.

El niño debe aprender a situar el multiplicando y debajo el multiplicador, luego a trazar una raya horizontal debajo de este, luego debe considerar las unidades del multiplicador y operarles con las del multiplicando, el resultado se coloca debajo de la raya, a la altura de las unidades y así hacia la izquierda, si hay dificultad debe repetirse hasta automatizarse.

La dificultad se basa en que el niño no puede conectar su conocimiento conceptual con la práctica en tanto que la técnica de mecanizar el proceso de un algoritmo solo disfraza la dificultad, pero no la soluciona.

Maza (1991) concluye de las razones expuestas, que el maestro que desee desarrollar toda la potencialidad de sus alumnos, le resulte imprescindible comprender la naturaleza de estos errores, las razones de estos obstáculos. Si comprendemos ayudaremos a comprender a nuestros alumnos y podremos corregir adecuadamente sus errores.

6.3. REFERENTE DIDÁCTICO

Como ya se anunció este referente presenta la importancia de las unidades didácticas para el aprendizaje de las matemáticas y el juego como dispositivo didáctico.

6.3.1. Las unidades didácticas:

La importancia de las unidades didácticas se ven plasmadas cuando los docentes enseñan a los estudiantes, porque se deja a un lado lo manifestado en los currículos para sobreponer lo que realmente se quiere y es más relevante para ellos en el momento de la construcción del conocimiento, indistintamente del modelo que se siga, por tal motivo “la unidad didáctica

adquiere un papel central en el proceso de enseñanza aprendizaje y, consecuentemente, el diseño y la elección de unidades didácticas no deberían hacerse de forma improvisada y rutinaria, sino de modo ampliamente planificado y justificado” (Couso, 2005, p.14).

Todas las unidades didácticas deben responder a las necesidades de cada curso y es el docente quien tiene la autonomía para diseñar y aplicar las actividades que a su criterio fortalezcan habilidades particulares y aporten al desarrollo de nuevas destrezas, esto se convierte en una labor ardua, para que las unidades didácticas satisfagan las necesidades específicas o se tengan buenos resultados académicos, como lo expresa Couso (2005, p.16), “no hay recetas para algo tan complejo como es enseñar, aprender y evaluar”, es ver las necesidades de cada grupo para plantear un diseño específico a cada uno.

“La didáctica entendida como aquel saber preocupado por ¿el qué?, ¿el cómo?, y ¿el para qué de la enseñanza?, reviste una enseñanza trascendental en la práctica educativa” (Arias y Torres, 2017, p.2), es una herramienta que organiza los contenidos, los procesos de enseñanza-aprendizaje teniendo en cuenta los objetivos, el tiempo y el contexto en general.

Arias y Torres (2017) proponen que la Unidad didáctica, debe atender los siguientes elementos:

1. Título: Se presenta el tema a trabajar y sus propósitos conceptuales
2. Objetivos: El qué refiriéndose a los temas a ver y el para qué dando cuenta de las metas a lograr, según Couso y otros (2011), importancia sobre que se considera importante enseñar, sobre como aprenden mejor los alumnos y sobre cómo es mejor enseñar”.
3. Pregunta orientadora: Intenta resolver un problema, mantiene el rumbo frente al diseño, gestión y evaluación.
4. Motivación: Generación de estrategias que mantienen el interés por lo estudiado, se obtienen varias respuestas entorno a una pregunta y se debate, mantiene la

concentración gracias a la pasión que el maestro imprime en el tema la cual evidencia lo necesario e importante de este.

5. Conceptos: Son las estructuras que permiten entender la realidad mediante la abstracción y el análisis, se diferencia de los temas porque ellos son puntuales y particulares.
6. Procedimientos: Acciones ordenadas para conseguir los objetivos, este se refiere a saber hacer, es la parte práctica de la didáctica.
7. Desarrollo de la unidad: Pone en acción las actividades que responden al cómo, cuándo y dónde, con acciones claras de qué se debe hacer, cómo se debe hacer y que se espera obtener, estas se presentarían de acuerdo con las clases o a las semanas que se requieran.
8. Evaluación: Es la parte importante para la retroalimentación del proceso, no lo debemos ver como un simple acto de calificación, es útil contrastar la evaluación con los objetivos planteados inicialmente en la unidad didáctica. (Torres, 2019)

La planeación de la unidad didáctica no garantiza el éxito total, pero si permite un buen y mejor desempeño en el proceso de enseñanza-aprendizaje, permite que el docente reflexione su práctica y marque un derrotero para abordar los temas de una mejor manera, posibilitando pertinencia y contextualización de lo enseñado y lo aprendido, se convierte en un recreador de saberes y productor de conocimiento.

6.3.2 El juego como dispositivo didáctico

El juego es una actividad distinta a la vida cotidiana que produce placer y a la vez ansiedad, pero que debe tomarse en serio, es una acción libre que cumple una función determinada con reglas propias, el ser humano es un ser competitivo por naturaleza, siempre busca superar al otro o a sí mismo, al jugar se adquiere práctica con dichas reglas y se perfeccionan técnicas que permiten obtener un buen resultado.

Roger Callois (citado en Corbalán, 2002 p.16) define y caracteriza el juego como “aquella actividad libre, (porque el jugador ejecuta voluntariamente), separada (ya que siempre se

hace en un espacio y un tiempo prefijados antes), incierta (ya que el jugador no conoce el resultado de su desarrollo), improductiva (no crea riqueza ni bienes nuevos de ninguna clase) y reglamentada (es decir, sometida a unas normas que no son las ordinarias, sino las suyas propias)”.

Huizinga (1991, citado en Corbalán 2002, p. 18), dice que el “juego es una acción voluntaria, que se desarrolla dentro de límites [...] reglas [...] obligatorias [...] aceptadas acompañadas de sentimientos de tensión y alegría”, claro está que los juegos pueden ser flexibles y con reglas obligatorias que se deben cumplir para evitar que alguien se aproveche de ellas para ganar, pero entre menos reglas más atractivo es el juego.

Los juegos en las clases de matemáticas no necesariamente son exitosos, son considerados como un medio de aprendizaje donde se favorece el desarrollo del niño resulta una forma de estimular la creatividad, según Bañeres (2008, citado en Sánchez, 2013, p.10), el juego potencia el desarrollo del cuerpo y los sentidos, estimula la capacidad del pensamiento y la creatividad, favorece la comunicación y la socialización de los niños con su entorno.

Según Piaget (1985, citado en Sánchez 2013, p.11), “los juegos ayudan a construir una serie de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla, de manera que el juego es esencialmente asimilación de la realidad por el yo”, como se convierte en un estado esencial para el desarrollo trae muchos beneficios en el niño, beneficios como la satisfacción del ejercicio en sí, la imaginación en el juego fortalece la maduración de ideas, es un canal de expresión que deja desfogar sentimientos positivos y negativos, de frustración y de satisfacción consintiendo un equilibrio emocional, cuando se comparte con otros niños la socialización les facilita el desarrollo de habilidades sociales, además el adulto debe participar de estos juegos con el fin de orientar o encausar los comportamientos y premiar hábitos.

Estableciendo una similitud entre las matemáticas y los juegos que va más allá del razonamiento se evidencia que en estos dos campos se establece una relación de

correspondencia entre sus componentes, “la descripción de la o las situaciones iniciales [del juego] con los axiomas de la teoría, unas reglas de juego que serían las reglas de inferencia, las jugadas que se van produciendo [...]corresponderían a los pasos de una deducción, las estrategias...o tipos de juego equivalente a la aplicación de los resultados parciales en las matemáticas y la obtención de estrategias generales del juego correspondientes a la obtención de nuevos teoremas o resultados. En este contexto ganar una partida...sería el equivalente a la resolución de un problema en matemáticas” (Corbalán, 2002, p.19).

Guarín (1990) y Gómez Chacón (1992), (citado en Lupiáñez y García 2019, p.4) concordaron que los juegos como recurso formativo en las matemáticas potencian el desarrollo de los conceptos matemáticos y las destrezas específicas, la promoción de la práctica de algoritmos y la experimentación, el desarrollo de habilidades de percepción y razonamiento, ampliación del pensamiento lógico y heurístico de la resolución de problemas, la investigación de nuevas formas de resolver problemas y rompe con las rutinas de trabajo motivando y generando estímulo en los niños.

Los juegos de estrategia potencia en los niños habilidades para la resolución de problemas, según Gairín (2001, citado en Lupiáñez y García 2019, p.5) estos juegos emplean “técnicas heurísticas similares a las que se emplean en la resolución de problemas. Ejemplos muy sofisticados de juegos de estrategia son el ajedrez y el “go”, mientras que juegos de estrategia más elementales que los anteriores son las damas o el tres en raya”, conocido aquí como el triqui.

Como en todo juego de estrategia es necesario elaborar unas pautas para conseguir con mayor facilidad y en menor tiempo la solución a los problemas, de ahí que según George Pólya (1945, citado en Corbalán 2002, p.61-62), organizó la resolución de un problema en cuatro momentos; comprensión del problema (en esta fase se cometen errores al resolverlos por dificultades en la comprensión del enunciado), concepción de un plan (decidir cómo abordar el problema y la relación entre el concepto matemático y los datos del problema), ejecución

del plan (consiste en aplicar lo planificado) y examinar la solución (sería validar lo realizado y la solución obtenida pero también proponer y justificar generalizaciones).

Por su parte Bishop (2005), plantea que “el juego es una actividad universal estructurada, pues sus reglas, contenidos, tiempos, objetivos involucra de manera equitativa a quienes participan de él, y pueden vincular aspectos de su cultura en específico” En ese mismo sentido Calderón y León (2016) afirman que “el juego es dispositivo didáctico cuando adquiere tensión y estructura con fines educativos, no solo de diversión y esparcimiento”. El juego asume un diseño didáctico, es decir se debe estructurar teniendo en cuenta:

- Macroestructura: se plantean las condiciones relacionadas con la naturaleza del juego, con el fin en sí mismo de este, con las tensiones que provoca, con el tiempo invertido, el espacio necesario, las reglas, etc.
- Microestructura, en esta se reconoce que al jugar hay interacción entre el estudiante-saber- profesor: por tanto, se identifican la dimensión epistemológica, dimensión cognitiva, dimensión comunicativa y dimensión sociocultural.

Cuando el juego es dispositivo didáctico, no presenta la característica del juego por el juego, sino que es un detonante para construir prácticas culturales; el juego representa una alternativa para escapar a las presiones de la rutina, atrapando el interés del niño, y compartiendo con sus pares, es importante que los juegos en las clases de matemáticas, no se utilicen como un mecanismo para distraer meramente al niño, como actividad desligada de los procesos matemáticos y sin sentido pedagógico, hay que utilizarlos como una herramienta poderosa para que el aprendizaje sea más fluido, más natural y que genere menos tensión.

El juego de por sí genera tensiones particulares, pero como parte de su mismo desarrollo, posee unas reglas que lo hace ser organizado para que no se preste para discusiones bizantinas, su objetivo es específico para el juego, pero eso no quiere decir que pueda tener un objetivo implícito, donde desarrolle mejor las capacidades “cognitivas, afectivas, aptitudinales y actitudinales” en los jugadores y les ayude a buscar diferentes estrategias para ganar, que es el fin macro del juego,

el docente de matemáticas debe tener presente ¿cuál es el saber previo antes de empezar a jugar?, ¿qué saberes se construyen en el juego y el jugar?, ¿qué se puede aprender a partir del juego?, ¿cómo se articula a la enseñanza de las matemáticas? y ¿qué conocimientos se necesitan para jugar cada vez mejor?, pero sobre todo el maestro debe haber jugado el juego para dar posibles soluciones a dudas que se generen durante la actividad con los estudiantes, eso ayuda a que no se disperse la atención ni el interés por el juego. (Brinnitzer E, Fernández G, Pérez S, Gallego M, Collado M y Santamaría F. 2015, p.19)

7. ASPECTOS METODOLÓGICOS

La propuesta de esta Unidad Didáctica se centra en un enfoque cualitativo, entendido como una investigación que privilegia un análisis profundo y reflexivo de los significados subjetivos e intersubjetivos que hacen parte de las realidades estudiadas, este tipo de investigación se puede definir por estar focalizada en los problemas de la práctica con el objetivo de poner en marcha las soluciones, provocar cambios y evaluar resultados, es decir es un tipo de investigación que se integra a la acción y se asocia a sus finalidades (Anadón 2008, p.209).

La perspectiva que orientó la construcción de la unidad es el constructivista porque “1. El conocimiento es constructivamente activado por el conocimiento subjetivo, no recibido pasivamente por el medio ambiente y 2. Llegar a saber es un proceso adaptativo que organiza un mundo experimental, no descubierto e independiente. Un mundo preexistente fuera de la mente del conocedor” (Kilpatrick, 1990, pp. 39-40)

Parece ser que algunas prácticas de la enseñanza presuponen una visión constructivista del conocimiento, Von Glasersfeld (1983, citado en Kilpatrick, 1990, p.43) nos muestra cinco consecuencias para la práctica educacional desde una posición constructivista

- a) Enseñando (utilizando procedimientos que apuntan a generar un entendimiento) volviendo a distinguir agudamente de adiestrar (utilizando procedimientos que apuntan a una conducta repetitiva).
- b) Infiriendo en procesos tanto en el interior de la mente de los estudiantes como, a través de la conducta.
- c) La comunicación lingüística se convierte en un proceso para guiar el aprendizaje estudiantil, no como proceso para transferir conocimiento.
- d) Los errores estudiantiles se convierten para las expectativas de los profesores, en significados para llegar a comprender sus esfuerzos por entender.
- e) Las entrevistas educativas intentan no solo inferir en las estructuras cognitivas sino también modificarlas.

Puesto en contexto se enseña al impartir una serie de conocimientos y se ve reflejado en el aprendizaje si quien ha recibido estos conocimientos los argumenta con razones y juicios valorativos, dependiendo de las respuestas dadas inferimos si el estudiante ha construido su propio conocimiento y simplemente ha sido adiestrado para responder y es que el conocimiento no se transfiere solamente con la comunicación lingüística, sino que requiere de todo un andamiaje de transmisión de conocimientos y apropiación de este para ser aplicado en cualquier circunstancia.

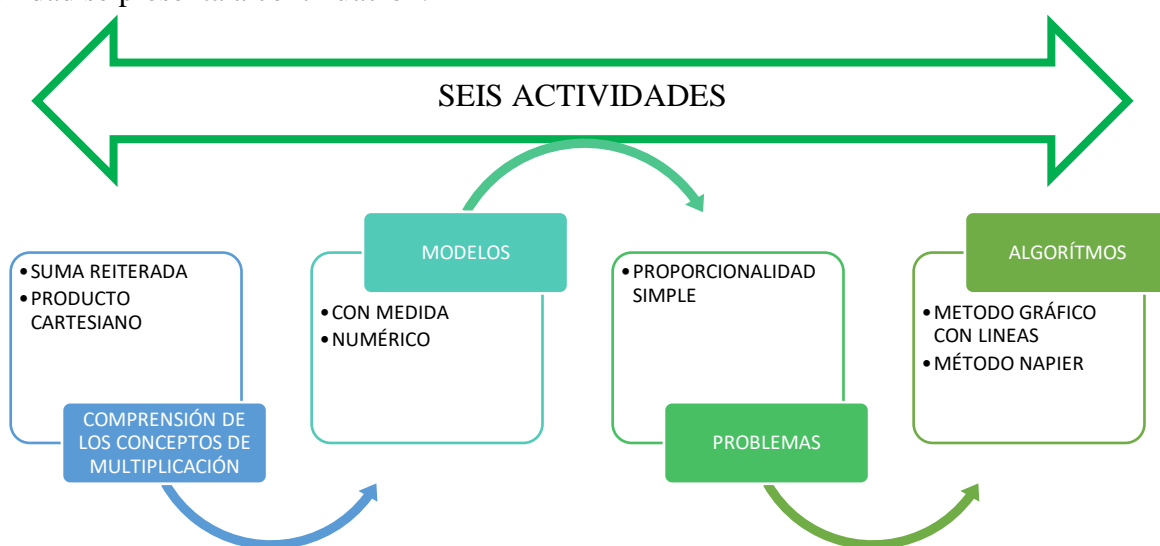
En el momento del desarrollo, implementación y ejecución de la unidad didáctica podría privilegiarse una metodología de estudio de caso, porque se pretende comprender a profundidad una realidad educativa, este se define de manera técnica como “aquel en el cual, en relación con una sola unidad observable, se forma y se interpreta una única medición de variable o variables pertinentes” (Losada 1984 p.126, citado en Quintana J, Begoña D, Riescos M, Fernández E y Sánchez J. 2018, p.115), pues la unidad didáctica diseñada es una posibilidad para grado segundo, pero sus resultados pueden variar.

Las fases que siguió el desarrollo de este trabajo, que deriva en la construcción de una unidad didáctica, fueron:

Tabla 1 Fases de elaboración de la propuesta de la Unidad Didáctica

Fases	Descripción
Fase 1 Corpus conceptual sobre juego y estructura multiplicativa	Los investigadores abordaron documentos relacionados con las categorías teóricas, que les permitió robustecer lo relacionado con el juego como dispositivo didáctico y la configuración de estructura multiplicativa en el niño de la básica primaria.
Fase 2 Reconocimiento de juegos para potenciar la estructura multiplicativa	Se hizo revisión de literatura de la didáctica de las matemáticas, y de experiencias cercanas de profesores que enseñan en la básica primaria, para hacer un repertorio sencillo de juegos que le apostaran a potenciar la estructura multiplicativa, de acuerdo a los Estándares y DBA, previstos para grado segundo.
Fase 3 Elaboración de la unidad didáctica	Los investigadores, reconocieron en la elaboración de una unidad didáctica, una apuesta por la innovación en el aula de matemáticas, por lo tanto la propuesta recoge el juego como dispositivo didáctico para fortalecer el desarrollo de la estructura multiplicativa en niños de segundo.
Fase 4 Pilotaje de la Unidad didáctica	Se previó en primera instancia hacer un pilotaje de la unidad, pero por las medidas de emergencia sanitaria fue imposible.

Como instrumento se diseñó una unidad didáctica que se compone de 6 actividades, las cuales buscan el desarrollo de la estructura multiplicativa en grado segundo. La macroestructura de la unidad se presenta a continuación:



Esquema construcción propia

A continuación, se desarrolla la propuesta macro que configura la Unidad Didáctica.

Tabla 2 Actividades que configuran la Unidad Didáctica

Título de la unidad: JUGANDO, JUGANDO VOY MULTIPLICANDO			
Objetivo: Mejorar el aprendizaje de la estructura multiplicativa en niños de grado segundo, empleando el juego como dispositivo didáctico			
Actividad 1 El juego de la pesca	ESTÁNDAR Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo. DBA Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo	OBJETIVO: Comprender la multiplicación como suma reiterada por medio del desarrollo del juego “la pesca”.	EVALUACIÓN: A través de los argumentos que de manera verbal exponen los niños para justificar los resultados de las operaciones.
Actividad 2 El minicomputador de Papy	ESTANDAR Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo. DBA Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo.	OBJETIVO: Comprender la multiplicación como suma reiterada mediante el desarrollo del juego (El minicomputador de Papy)	EVALUACIÓN: A través de los argumentos que de manera verbal expongan los niños para justificar la posición de sus fichas.
Actividad 3 Lanza y multiplica	ESTÁNDAR: Uso diferentes estrategias de cálculo (especialmente el cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. DBA: Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo.	OBJETIVO: Identificar un número que se desconoce, teniendo en cuenta el resultado que se obtiene al multiplicarlo.	EVALUACIÓN: Por medio de las respuestas que los niños dan se puede identificar los razonamientos y cálculos hechos para solucionar dicha situación.
Actividad 4 Multiplin	ESTÁNDAR: Identifico si a la luz de los datos de un problema los resultados obtenidos son o no son razonables. DBA: Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad de una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.	OBJETIVO: Representar problemas de multiplicación.	EVALUACIÓN: El juego permite evidenciar los razonamientos que hacen los niños acerca de la comprensión del problema con las respuestas dadas.
Actividad 5 Operación dedos	ESTÁNDAR Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.	OBJETIVO: Interpretar el algoritmo de la multiplicación con manos como otra forma de	EVALUACIÓN: La apropiación del método se evidencia mediante la estrategia que emplea los

	DBA: Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo	resolver multiplicaciones	jugadores para ganar.
Actividad 6 A 10.000	ESTÁNDAR: Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo. DBA: Utiliza diferentes estrategias para calcular (agrupar, representar elementos en colecciones, etc.) o estimar el resultado de una suma y resta, multiplicación o reparto equitativo.	OBJETIVO: Reconocer un nuevo algoritmo de multiplicación abreviada por 10, 100, 1000, 10.000.	EVALUACIÓN Por medio de las preguntas que surgían dentro de la actividad, se observará la comprensión del tema y su argumentación frente a las respuestas.

8. RESULTADOS

Los resultados de este trabajo se presentan en atención a dos asuntos. El primero refiere a la Unidad Didáctica, configurada en 6 actividades que permite potenciar el desarrollo de la estructura multiplicativa usando el juego como dispositivo. El segundo asunto, presenta una reflexión sobre los objetivos específicos que hacen alusión a los elementos de orden didáctico y matemático a tener en cuenta en la Unidad Didáctica.

8.1 DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

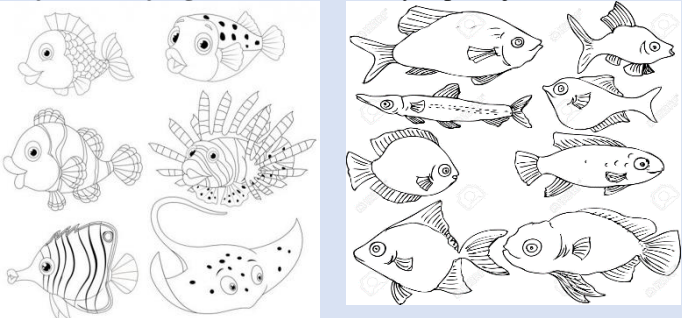
A continuación, se presenta en extenso cada una de las actividades propuestas, las cuales vinculan el juego como dispositivo didáctico, teniendo en cuenta su macroestructura y microestructura.

“El juego de la Pesca”

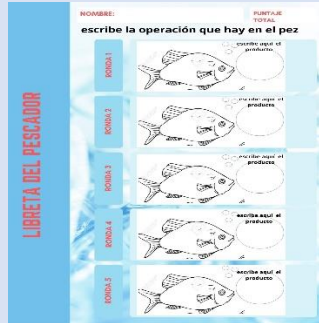
Tabla 3 El juego de la pesca

ACTIVIDAD # 1		TÍTULO: EL JUEGO DE LA PESCA	
JUSTIFICACIÓN	¿Por qué es importante abordar esta actividad en la secuencia? El juego de la pesca resulta de gran importancia en el desarrollo de la unidad, porque tiene como punto de partida la suma, que es la operación que los niños ya conocen, durante el desarrollo del juego los niños determinan que la multiplicación es un método que economiza lo engorroso de realizar la suma de el mismo número un alto número de veces.		
OBJETIVO	Comprender la multiplicación como suma repetida por medio del desarrollo del juego “la pesca”.		

<p>DISPOSITIVO DIDACTICO</p>	<p>Macroestructura: El juego de la pesca adaptación de (Didoné 2015, p.11), tiene como objetivo sacar los peces y realizar la operación que se encuentran en el revés de cada uno de los peces para obtener el mayor puntaje posible. Este juego comprende: una pecera con 30 peces de diferentes colores y tamaños los cuales deben ser pescados por los niños con sus cañas de pescar, cada grupo estará conformado por cinco integrantes, que competirán pescando el mayor número de peces posibles. No pueden sacar los peces con la mano, deben estar sentados en su silla y no pueden acercarla a la pecera. La pecera estará ubicada en el centro del grupo a una distancia aproximada de 60 centímetros. Cada pescador debe tener su libreta donde anotará el puntaje de cada pez. El ganador será quien obtenga el mayor puntaje.</p> <p>Microestructura: <u>Dimensión epistemológica:</u> Este juego hace parte de los juegos de movimiento que según Brinnitzer (2015) ha clasificado, y le permite al niño comprender el concepto de la multiplicación como suma reiterada. <u>Dimensión cognitiva:</u> Durante el desarrollo del juego y a su dinámica de competencia el niño ve la necesidad de encontrar una estrategia que le permita encontrar más rápidamente el puntaje que cada pez representa, es así que descubrirá que la multiplicación es la forma más rápida para encontrar el puntaje (ya no hará la suma de 3+3+3+3+3+3, sino que dirá 6 veces 3 es igual a 18, o 6x3=18). <u>Dimensión comunicativa:</u> Manifiesta de manera verbal y a través del desarrollo del juego, como realiza la operación, el maestro es un acompañante del proceso de oralidad. <u>Dimensión sociocultural:</u> Encontrar una estrategia que agilice el proceso para hallar el resultado y así poder ganar.</p>	
<p>SOPORTE TEÓRICO</p>	<p>Se entiende desde Maza (1991 p.18), la definición de suma reiterada como el cardinal de la unión de dos conjuntos disjuntos, $a \times b = c$, donde a es cardinal del conjunto A y b sería el cardinal que marca las veces, para hallar el cardinal c que es la unión de los anteriores.</p> <p>Se debe definir la multiplicación como una suma reiterada porque la función que cumple cada uno de los factores es distinto, el primer factor se refiere al número de elementos de cada grupo (multiplicando) y el segundo factor hace referencia al número de grupos que se repite del primer factor (multiplicador). Ejemplo: $n \times n = n$ donde $4 \times 5 = 20$, de ahí que tiene un carácter binario, a los dos números (4 y 5) se le asigna un tercer número (20), $4+4+4+4+4$, se repite cinco veces el cuatro.</p> <p>La multiplicación es una operación binaria desde el punto de vista matemático, pero comienza siendo unitaria en su aprendizaje, las cantidades están claramente diferenciadas para después hacerse intercambiables por su modo reversible o sea la aplicación de la propiedad conmutativa.</p>	
<p>METODOLOGÍA SESIÓN 1</p>	<p>Momento 1 15 minutos</p>	<p>Se inicia con un poema corto de Liana Castello “Peces enamorados” Dos peces enamorados viven en el ancho mar. Los dos son muy vergonzosos y no se atreven a hablar. Siempre juntos se mantienen, no se quieren alejar, pero ni uno ni otro da ese pasito inicial. Viven su amor en silencio, se miran ruborizados. Uno pendiente del otro, nadan hacia el mismo lado. Buscan los mismos corales, duermen en las mismas algas.</p>

		<p>Quisieran poder hablar, más se quedan con las ganas. Sin embargo, un día el pez se despertó más valiente. ¡Confesaría su amor en medio de la corriente! “¡Le diré cuánto la amo!” Dijo el pez muy convencido. Y nadó hasta encontrarla pues estaba decidido. Cuando encontró a su amada, la timidez pudo más no pudo decir palabra y quedó flotando atrás. La pececita pensó que algo debía hacer: Se dio vuelta en ese instante y le dio un besito al pez. “¡Te amo hace tanto tiempo!” Dijo ella suspirando. Él le dijo “Yo también, te he estado esperando”. Ya nunca se separaron, juntitos estaban siempre. No importaba si venía o si iba la corriente. Fin</p> <p>Luego del poema, se les dan las siguientes indicaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cada uno con una caña en la cual está amarrado un hilo y en el otro extremo colgará un clip en forma de gancho abierto • Se les dice que el clip se lo deben acercar a la boca de cada pez. • No se pueden levantar de sus sillas mientras están pescando. • Cuando pesquen un pez deben escribir en sus libretas el puntaje que este representa antes de volver a pescar. • Se colocan las figuras de los peces en la pecera.
	<p>Momento 2 15 minutos</p>	<p>Se hacen grupos de 5 jugadores. A cada grupito se le entregará una pecera (balde o platón) 30 siluetas de peces de colores hechas en fomi. Cada silueta tendrá una operación que representa un puntaje, (ver anexo número 1.1 y 1.2).</p> <p>Objetivo del juego: Es obtener el mayor puntaje.</p>  <p>Se explica las Reglas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Todos los jugadores inician al mismo tiempo la pesca. • Cada pescador debe escribir en su libreta la operación dentro del pez, realizarla correctamente. • Se debe escribir el resultado en la burbuja, si está bien, puede volver a pescar. • El profesor determina si está correcta la operación para que pueda continuar pescando. • Hasta no realizar la operación no puede volver a pescar.

- El juego termina cuando en la bandeja no queden más peces.
- Al terminar la pesca cada jugador halla su puntaje total que resulta de sumar todos los resultados y devuelve los peces a la pecera, para volver a hacer otra ronda de pesca.
- El puntaje es el resultado de la operación que esté en cada pez.
- En las siguientes rondas de pesca su puntaje lo agrega al puntaje de la primera ronda



- Gana el pescador que al final de tres rondas haya obtenido el mayor puntaje, si se presenta un empate se realiza una última ronda solo con los pescadores que están empatados.

Variante: para la segunda y tercera ronda se pueden cambiar los pescadores a otra pecera

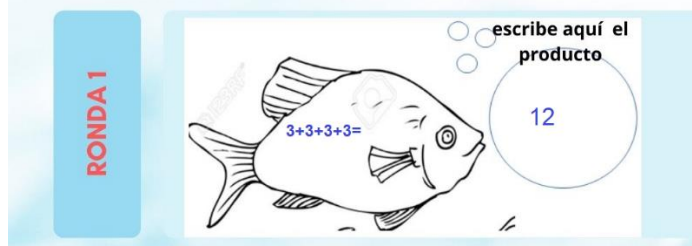
**Momento 3
40 minutos**

- Iniciamos el juego, se está pendiente de que los estudiantes escriban los puntajes antes de volver a pescar.
- Si el niño saca un pez debe ver el revés y realizar la operación,

Ejemplo:

En el pez aparece $3+3+3+3$, esta operación debe escribirla en el dibujo del pez que aparece en la libreta y en la burbuja debe escribir el resultado que en este caso es 12

escribe la operación que hay en el pez



cuando el niño haya desarrollado la operación y lo escriba en su libreta de pescador puede volver a lanzar su caña.

- Para hallar el puntaje total de cada ronda se deben sumar los resultados obtenidos en cada pesca:

		<p>Ejemplo: Un niño que pescó seis veces obtuvo los siguientes resultados: 18, 4, 9, 25, 20, 2 deberá sumar estas cantidades para obtener el puntaje total $18+4+9+25+20+2=78$ puntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Para la segunda ronda se regresan los peces a la pecera y se vuelve a iniciar el juego. <p>Ejemplo: El niño que en la primera ronda sacó 78 y en la segunda ronda obtuvo los siguientes resultados; $3+3+3+3 (4 \times 3) =12$, $5+5 (2 \times 5) =10$ y $9+9+9+9 (4 \times 9) =36$ su resultado en esta ronda fue de 58 puntos, al agregarlos a los puntos de la primera ronda tiene $78+58=136$ puntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • En la tercera ronda el estudiante ya lleva 136 puntos y en esta ha obtenido 43 puntos para un total de 179 puntos, pero otro de los pescadores en la primera ronda obtuvo 47 puntos, en la segunda ronda 51, pero en la tercera le fue muy bien y obtuvo 86 puntos, aun perdiendo en las primeras dos rondas este segundo pescador obtiene un total de 184 puntos y le gana al primero. • Variante: para la segunda y tercera ronda se pueden cambiar los pescadores a otra pecera y mantienen sus resultados de cada ronda. <p>En caso de que haya un empate se debe hacer una última vuelta decisiva donde solo participen los jugadores empatados.</p>
	<p>Momento 4 20 minutos</p>	<p>Se aprovecha para que algunos niños expliquen porque les resulta fácil ganar puntos y argumentan a sus compañeros la forma que emplearon, de esta manera se generaliza en todo el grupo las estrategias que se utilizaron y se seleccionan las que fueron más eficaces, es así como se evidencia si el concepto de multiplicación como suma reiterada fue interiorizado por los niños</p> <p>Se puede socializar los resultados de algunos peces y organizarlos, agrupándolos por el mismo número, de esta manera se potencializa y se refuerza el concepto de multiplicación de dos números uno como el número de veces que se repite el otro número.</p>
<p>RECURSOS</p>	<p>El juego de la pesca formado por:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 50 siluetas de peces, y en la boca del pez debe tener un aro metálico pequeño, en cada pez se deberá escribir una suma reiterada como la siguientes: $2+ 2+ 2+ 2$; $5+ 5$; $1+1+1$; $7+ 7+ 7 + 7$, estas se escriben por el revés de cada pez antes de presentársela a los niños. • Una caña de pescar con su respectiva cuerda y en el extremo del hilo o cuerda debe estar sujeto un clip metálico en forma de gancho. • Una bandeja hecha en fomi o un recipiente que permita ubicar todas las figuras de los peces, preferiblemente grande (la pecera). • 5 libretas del pescador, cada libreta debe tener mínimo 3 hojas, una por cada ronda. (anexo 1.3). • 5 lápices <p>Todo esto debe ser por cada grupo, o sea multiplicar el material por el número de grupos que salgan en el salón.</p>	
<p>EVALUACIÓN</p>	<p>Cognitivo</p>	<p>Nivel 1</p>

		Identifica la operación que se plantea en cada pez Nivele 2 Relaciona las operaciones que le presenta el juego Nivel 3 Establece una estrategia para resolver las operaciones
	Procedimental	Nivel 1 Resuelve correctamente la operación propuesta en cada pez. Nivel 2 Aplica diferentes estrategias para resolver las operaciones que el juego plantea. Nivel 3 Establece la multiplicación como estrategia para hallar más rápidamente el resultado de una suma reiterada.
	Actitudinal	Nivel 1 Manifiesta entusiasmo e interés por las actividades propuestas. Nivel 2 Defiende con argumentos sus ideas y estrategias. Nivel 3 Valora la opinión de sus compañeros

“El minicomputador de Papy”

Tabla 4 El computador de Papy

ACTIVIDAD # 2	TITULO: EL MINICOMPUTADOR DE PAPY
JUSTIFICACIÓN	¿Por qué es importante abordar esta actividad en la secuencia? Este juego es importante en la secuencia, porque permite que el estudiante comprenda y desarrolle su pensamiento multiplicativo, de manera que por medio de este juego el niño podrá entender la multiplicación como una suma reiterada siendo este el punto de partida para análisis más complejos.
OBJETIVO	Comprender la multiplicación como suma repetida.
DISPOSITIVO DIDACTICO	Macroestructura: El juego del computador de Papy (Castaño 1995, p.22) es un juego de tablero cuadrado dividido en cuatro segmentos iguales donde cada cuadrante tiene los siguientes valores: cuadrante inferior derecho 1, cuadrante inferior izquierdo 2, cuadrante superior derecho 4 y cuadrante superior izquierdo 8, 12 o más fichas u objetos pequeños. Es un juego para niños mayores de 6 años. El juego consiste en colocar una o las fichas necesarias en los cuadros del tablero para obtener el número que se representa en cada una de las tarjetas, la ficha toma el valor del cuadro donde se coloque. Las reglas del juego son: Se deben respetar los turnos para tomar la tarjeta El punto lo obtendrá el equipo que represente en el menor tiempo posible y de manera correcta el número expuesto en la tarjeta. No se pueden compartir la solución hasta que el profesor revise todas las representaciones. Ejemplo: una ficha en la 4º casilla equivale a 8, tres fichas en la 3º casilla, equivale a 12 (4+4+4), y una ficha en la 1º casilla que equivale a 1, entonces $8 + 12 + 1 = 21$ El equipo ganador será aquel que ganó el mayor número de veces. Microestructura: <u>Dimensión epistemológica:</u> Este juego pertenece a los juegos clasificados como fichas y tableros teniendo en cuenta a Brinnitzer (2015), que permite que el niño comprenda el concepto de multiplicación como suma reiterada <u>Dimensión cognitiva:</u> Durante el desarrollo del juego y a su dinámica de competencia el niño ve la necesidad de encontrar una estrategia que le permita representar más

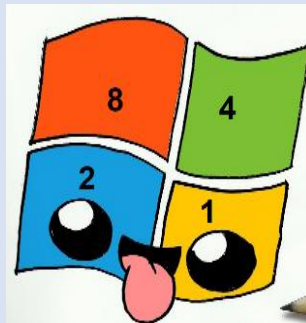
	<p>rápida-mente los números expuestos en las tarjetas, es así que descubrirá que la multiplicación es la forma más rápida para encontrar la solución. (ya no hará la suma de $8+8+8+8$, sino que dirá 4 veces 8 es igual a 32, o $4 \times 8 = 32$)</p> <p><u>Dimensión comunicativa:</u> Manifiesta de manera verbal y a través del desarrollo del juego, como realiza la operación, el maestro es un acompañante del proceso de oralidad.</p> <p><u>Dimensión sociocultural:</u> Encontrar una estrategia que agilice el proceso para hallar el resultado</p>	
SOPORTE TEÓRICO	<p>Se entiende desde Maza (1991 p.18), la definición de suma reiterada como el cardinal de la unión de dos conjuntos disjuntos, $a \times b = c$, donde a es cardinal del conjunto A y b sería el cardinal que marca las veces, para hallar el cardinal c que es la unión de los anteriores.</p> <p>Se debe definir la multiplicación como una suma reiterada porque la función que cumple cada uno de los factores es distinto, el primer factor se refiere al número de elementos de cada grupo (multiplicando) y el segundo factor hace referencia al número de grupos que se repite del primer factor (multiplicador). Ejemplo: $n \times n = n$ donde $4 \times 5 = 20$, de ahí que tiene un carácter binario, a los dos números (4 y 5) se le asigna un tercer número (20), $4+4+4+4+4$, se repite cinco veces el cuatro.</p> <p>La multiplicación es una operación binaria desde el punto de vista matemático, pero comienza siendo unitaria en su aprendizaje, las cantidades están claramente diferenciadas para después hacerse intercambiables por su modo reversible o sea la aplicación de la propiedad conmutativa.</p>	
METODOLOGÍA A SESIÓN 1	Momento 1 10 minutos	<p>Organizar los niños en equipos de tres jugadores (elige el nombre del grupo).</p> <p>Se hace una relación de los instrumentos que cotidianamente manipulamos (teléfono, televisor, etc.) y el minicomputador de Papy explicando que función cumple cada uno de los instrumentos (tablero, fichas y tarjetas), todas las cosas tienen una función y hay una manera de operarlo.</p> <p>El tablero es el elemento donde se va a trabajar, cada color representa el valor que adquiere el elemento que este ahí, las fichas son los instrumentos que vamos a ubicar en el tablero según convenga, y las tarjetas serán las que nos indiquen lo que lo vamos a representar.</p> <p>Para que el computador de Papy funcione se deben tener en cuenta las siguientes condiciones: Se deben respetar los turnos para tomar la tarjeta El punto lo obtendrá el equipo que represente en el menor tiempo posible y de manera correcta el número expuesto en la tarjeta. No se pueden compartir la solución hasta que el profesor revise todas las representaciones.</p>
	Momento 2 10 minutos	<p>El tablero está conformado por cuatro cuadrantes, cada uno de ellos estará pintado de los siguientes colores: naranja y su valor es de 8, verde con un valor de 4, azul con valor de 2 y amarillo con valor de 1.</p> <p>12 fichas del mismo color y adquieren el valor del cuadrante donde se ubiquen para desarrollar el juego.</p>

Las tarjetas tendrán impreso un número, estarán amontonadas con el número tapado, estas nos dicen el número que debo representar en el minicomputador.

Objetivo del juego: Ubicar fichas dentro de cada espacio hasta completar el número que se está buscando.

Reglas:

- Cada ficha que se ubique en un espacio dentro del minicomputador equivaldrá al número que corresponde dentro de cada cuadro.
- Si se coloca una ficha en el color naranja, esta valdrá 8, si se coloca en el color verde, esta valdrá 4, si se coloca en el color azul esta valdrá 2 y si se coloca en el color amarillo, esta valdrá 1.
- Para representar el número deben ubicar las fichas en cada color hasta lograr el resultado.



**Momento 3
20 minutos**

A cada grupito de tres niños se le entregará un tablero en forma de minicomputador y 12 fichas, las tarjetas se dejan en un solo mazo sobre la mesa.

Ejemplos

1) . Representaremos el número 1.

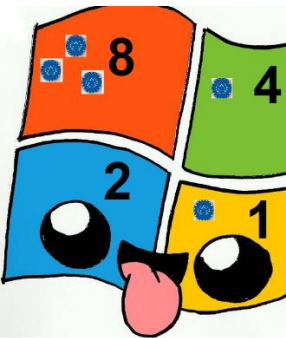
Para representar el numero 1 colocamos una ficha en el cuadrante amarillo.

2). Representaremos el número 2

En este caso hay dos formas diferentes para representar este producto: Dos fichas en el cuadrante amarillo ($1+1=2$) y otra es una ficha en el cuadrante azul.

3) Representaremos el número 7.

En este caso son varias las formas que se pueden representar:

		<ul style="list-style-type: none"> • Siete fichas en el cuadrante amarillo ($1+1+1+1+1+1=7$), 7 veces $1=7$ ($7 \times 1=7$) • Cinco fichas en el cuadrante amarillo ($1+1+1+1+1=5$) y una ficha en el cuadrante azul (2), (5 veces $1=5$) + (1 vez $2=2$) (5×1) + $2=7$. • Tres fichas en el cuadrante amarillo ($1+1+1=3$) y 2 fichas en el cuadrante azul ($2+2=4$), (3 veces $1=3$) + (2 veces $2=4$) (3×1) + (2×2) = 7. • Una ficha en el cuadrante amarillo (1) y tres fichas en el cuadrante azul ($2+2+2=6$), $1 + (3 \text{ veces } 2 = 6)$, $1 + (3 \times 2) = 7$ • Una ficha en el cuadrante amarillo (1), una ficha en el cuadrante azul (2) y una ficha en el cuadrante verde (4), $1+2+4=7$ <p>Tres fichas en el cuadrante amarillo ($1+1+1=3$) y una ficha en el cuadrante verde (4), ($3 \text{ veces } 1 = 3$) + una vez 4 (3×1) + $4 = 7$</p> <div data-bbox="792 724 1386 1094" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  <p>En el ejemplo de la imagen se representa: el número 29</p> <p>$3 \text{ veces } 8 + 4 + 1 = 29$</p> <p>$8 + 8 + 8 + 4 + 1 = 29$</p> <p>$3 \times 8 = 24 + 4 + 1 = 29$</p> </div>
	<p>Momento 4 40 minutos</p>	<p>Empezamos el juego con los números menores a 20</p> <p>Un jugador del primer grupo saca una tarjeta del mazo y en voz alta dice el número que salió, en cada grupo empiezan a resolverlo, quien grite primero “YA” gana el punto siempre y cuando esté bien representado</p> <p>Otro jugador de otro equipo toma del montón de tarjetas puestas boca abajo, otra tarjeta y dice en voz alta el nuevo número para volver a reiniciar el juego.</p> <p>Ganará el equipo que primero obtenga cinco puntos, entendiendo que cada punto se logra con la ubicación correcta de las fichas en el tablero.</p>
<p>METODOLOGÍA A SESIÓN 2</p>	<p>Momento 1 10 minutos</p>	<p>Organizar los niños en equipos de tres jugadores (elige el nombre del grupo)</p> <p>Para que el computador de Papy funcione se deben tener en cuenta las siguientes condiciones:</p> <p>Se deben respetar los turnos para tomar la tarjeta</p> <p>No se pueden compartir la solución hasta que el profesor revise todas las representaciones.</p>
	<p>Momento 2 10 minutos</p>	<p>Recordamos: Reglas:</p>


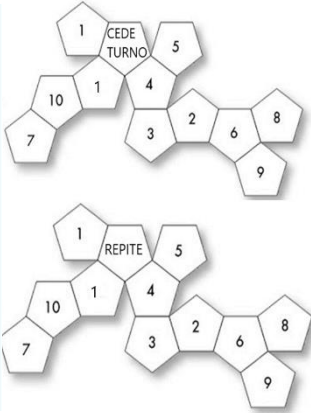
		<ul style="list-style-type: none"> • Cada ficha que se ubique en un espacio dentro del minicomputador equivaldrá al número que corresponde dentro de cada cuadro. • Si se coloca una ficha en el color naranja, esta valdrá 8, si se coloca en el color verde, esta valdrá 4, si se coloca en el color azul esta valdrá 2 y si se coloca en el color amarillo, esta valdrá 1. <p>Para representar el número deben ubicar las fichas en cada color hasta lograr el resultado.</p> <p>A cada grupito de tres niños se le entregará un tablero en forma de minicomputador y 12 fichas, las tarjetas se dejan en un solo mazo sobre la mesa.</p>
	Momento 3 50 minutos	<p>Empezamos el juego con todas las tarjetas del 1 al 100 barajándolas.</p> <p>Un jugador del primer grupo saca una tarjeta del mazo y en voz alta dice el número que salió, en cada grupo empiezan a resolverlo, quienes en 15 segundos resuelvan el número ganan un punto.</p> <p>Otro jugador de otro equipo toma del montón de tarjetas puestas boca abajo, otra tarjeta y dice en voz alta el nuevo número para volver a reiniciar el juego, pasados los cinco primeros números quienes no tengan puntos quedan fuera del juego.</p> <p>Ganará el equipo que en 20 rondas obtenga el mayor número de puntos.</p>
METODOLOGÍA SESIÓN 3	Momento 1 10 minutos	<p>Se organizan los estudiantes en equipos de tres integrantes, ellos elijeran un nombre para su equipo.</p> <p>A manera de eliminatorias en cada ronda competirán tres equipos respetando el orden establecido para tomar la tarjeta y leer en voz alta el número que los dos equipos rivales deben representar.</p> <p>El equipo que primero haga la representación y sea correcta tendrá un punto.</p> <p>El equipo en obtener cinco puntos en el menor tiempo será el que pase a la siguiente ronda.</p> <p>El número de rondas dependerá del número total de estudiantes.</p>
	Momento 2 50 minutos	<p>En las siguientes rondas de eliminación se va subiendo el nivel de complejidad colocando en el mazo de tarjetas aquellas de mayor valor, a medida que se va pasando a la siguiente ronda.</p> <p>El equipo ganador será quien logre ganar todas las rondas</p>
	Momento 3 20 minutos	<p>Se aprovecha para que algunos niños expliquen porque les resulta fácil ganar puntos y argumentan a sus compañeros la forma que emplearon, de esta manera se generaliza en todo el grupo las estrategias que utilizaron y se seleccionan las que fueron más eficaces, es así como se evidencian si el concepto de la multiplicación como suma reiterada fue interiorizado por los niños</p>
RECURSOS	<p>El juego Minicomputador de Papy conformado por: Un tablero (Minicomputador anexo 2.1). 12 fichas por cada grupo de tres estudiantes. 100 tarjetas con los números de 1 a 100 (anexo 2,2)</p>	


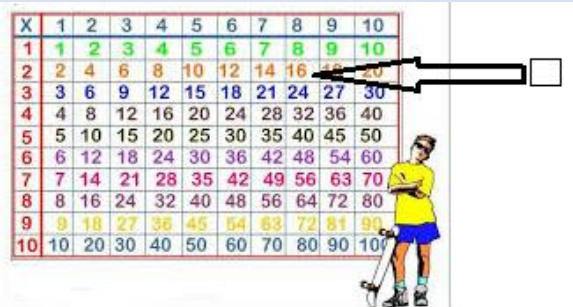
EVALUACIÓN	Cognitivo	Nivel 1 Reconoce el valor que adquiere la ficha de acuerdo a la casilla que ocupa en el tablero. Nivel 2 Identifica una o más estrategias para representar el producto. Nivel 3 Determina que la multiplicación constituye una estrategia rápida para resolver sumas de sumandos repetidos.
	Procedimental	Nivel 1 Resuelve sumas utilizando estrategias. Nivel 2 Utiliza la multiplicación para hallar más rápidamente el resultado de una suma reiterada. Nivel 3 Organiza estratégicamente los factores para poderlos sumar o multiplicar.
	Actitudinal	Nivel 1 Manifiesta entusiasmo e interés por las actividades propuestas. Nivel 2 Defiende con argumentos sus ideas y estrategias. Nivel 3 Valora la opinión de sus compañeros.

“Lanza y multiplica”

Tabla 5 Lanza y multiplica

ACTIVIDAD #3	TÍTULO: LANZA Y MULTIPLICA
JUSTIFICACIÓN	¿Por qué es importante abordar esta actividad en la secuencia? Esta actividad favorece habilidades en el aprendizaje y mecanización de los hechos multiplicativos, como aspecto de gran relevancia en la aplicación de modelos numéricos de la estructura multiplicativa, a la vez que permite a los niños mejorar sus actitudes en los juegos grupales.
OBJETIVO	Fortalecer modelos numéricos de la estructura multiplicativa por medio de la aplicación de estrategias de memorización de los hechos multiplicativos.
DISPOSITIVO DIDACTICO	Macroestructura: El juego lanza y multiplica tiene como fin que cada niño logre ubicar sobre el tablero Pitagórico todas sus fichas que desde el inicio del juego le fueron entregadas, para tal fin debe lanzar dos dados dodecaedros que indicaran las cantidades que debe multiplicar, de esta manera el resultado que obtenga le indicará el lugar donde debe ubicar una de sus fichas que coincida con dicho valor. El ganador será aquel jugador que logre ubicar primero que los demás el total de sus fichas Microestructura: <u>Dimensión epistemológica:</u> Este juego hace parte de los juegos de dados según la clasificación de Brinnitzer (2015), y le permite al niño aplicar diferentes estrategias para hallar más rápidamente los productos que indican los dados, dependiendo las cantidades indicadas por los dados los niños pueden aplicar diferentes estrategias que les permite mecanizar y recordar los hechos multiplicativos sin mayor dificultad puesto que en el juego la estrategia es un proceso organizado y significativo. <u>Dimensión cognitiva:</u> Durante el desarrollo del juego los niños buscaran estrategias que les permita hallar aquellos productos que aún no han sido memorizados, por ser procesos que se deben repetir constantemente y por tanto se da lugar a la mecanización y

	<p>organización de la información, cuando la información llega al niño de manera organizada su recordación es más sencilla.</p> <p><u>Dimensión comunicativa:</u> Durante el desarrollo del juego los estudiantes podrán debatir acerca de los resultados que se dan en cada turno de los lanzamientos de los dados, esta dinámica permite que los niños compartan sus conocimientos y puedan aclarar dudas que surgen en el aprendizaje.</p> <p><u>Dimensión sociocultural:</u> El niño desde que inicia el juego empieza una búsqueda de la victoria en cuanto que puede emplear herramientas que ya conocen o empieza una construcción nueva de estrategias que se deben acoger a las reglas del juego.</p>																																																																																																																										
<p>SOPORTE TEÓRICO</p>	<p>Según Maza (1991, p 74)</p> <p>Uno de los más importantes retos del docente es la memorización y comprensión de los hechos multiplicativos por parte del estudiante. Es así como el docente debe brindar estrategias al estudiante que le permita reconstruir más fácilmente cada uno de estos resultados, partiendo de la premisa de que reconstrucción fortalece habilidades para almacenar y recuperar información de la memoria, Maza afirma que lo que no se puede olvidar depende en gran medida de la forma en que se halla almacenado la información, en este sentido, es más difícil recordar una información desordenada que otra ordenada.</p> <p>Un cuarto tipo de modelos aparece cuando se considera en contexto estrictamente simbólico, y los números aparecen únicamente simbolizados. En este caso el producto es una suma reiterada $3 \times 4 = 3$ veces $4 = 4 + 4 + 4$. Esta idea subyace a muchos de los modelos en los que se emplea material o representaciones gráficas (Castro, Rico, Castro 1995, p.49)</p>																																																																																																																										
<p>METODOLOGÍA A</p>	<p>Momento 1</p>	<p>El juego lanza y multiplica se desarrolla en grupos, a cada grupo le corresponde un tablero, cien fichas que se reparten de manera equitativa entre los jugadores y dos dados dodecaedros. De esta manera y por medio de la técnica que el docente prefiera emplear para organizar grupos, se establecen grupos de a cinco estudiantes, los jugadores se turnaran para lanzar los dados, los números que se indican en los dados determinan los números que se deben multiplicar y el producto que se obtiene indica el lugar donde se debe ubicar una de las fichas, es de gran importancia tener en cuenta que el ganador será aquel jugador que primero logre ubicar el total de sus fichas</p>																																																																																																																									
	<p>Momento 2</p>	<div style="display: flex; align-items: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 250px;"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>14</td> <td>16</td> <td>18</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>18</td> <td>21</td> <td>24</td> <td>27</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>20</td> <td>24</td> <td>28</td> <td>32</td> <td>36</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>30</td> <td>35</td> <td>40</td> <td>45</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>18</td> <td>24</td> <td>30</td> <td>36</td> <td>42</td> <td>48</td> <td>54</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>7</td> <td>14</td> <td>21</td> <td>28</td> <td>35</td> <td>42</td> <td>49</td> <td>56</td> <td>63</td> <td>70</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>8</td> <td>16</td> <td>24</td> <td>32</td> <td>40</td> <td>48</td> <td>56</td> <td>64</td> <td>72</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>9</td> <td>18</td> <td>27</td> <td>36</td> <td>45</td> <td>54</td> <td>63</td> <td>72</td> <td>81</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> <td>80</td> <td>90</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>  <div style="margin-left: 20px;">  </div> </div> <p>Reglas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se juega de 2 a 10 compañeros donde se turna el lanzamiento de los dos dados. • Se reparten el número de fichas entre los jugadores de manera equitativa. 	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																	
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20																																																																																																																	
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30																																																																																																																	
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40																																																																																																																	
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50																																																																																																																	
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60																																																																																																																	
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70																																																																																																																	
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80																																																																																																																	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90																																																																																																																	
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100																																																																																																																	

		<ul style="list-style-type: none"> Multiplicando los dos números de las caras que queden hacia arriba se halla el producto, si el producto es correcto se coloca la ficha en el tablero sobre el número que resultó. <p>Ejemplo: el jugador lanza los dados y obtiene:</p>   <p>El jugador debe multiplicar 8×2 y si su resultado es correcto ubicará una de sus fichas sobre este número.</p> <ul style="list-style-type: none"> En caso de que un jugador lance los dados y el producto que se obtiene ya esté ocupado el jugador pierde el turno. Si en el lanzamiento de los dados uno de ellos indica “repite” el jugador podrá ubicar la ficha sobre el número que indica el otro dado y volver a lanzar los dados. Si en el lanzamiento de los dados uno de ellos indica “cede el turno” el jugador no podrá ubicar ninguna ficha y perderá ese turno. En caso de que en los dados uno indique “repite” y el otro indique “cede el turno” el jugador podrá ubicar una de sus fichas en la posición que desee. Sucesivamente se lanzan los dados hasta que un jugador haya ubicado el total de sus fichas en el tablero.
	<p>Momento 3</p>	<p>Durante el desarrollo del juego se prestará gran importancia en identificar que estrategias aplican los estudiantes para poder dar las respuestas a las multiplicaciones que propone el juego</p> <p>Se socializará las estrategias usadas por los estudiantes para encontrar los apareamientos dispuestos en el domino, recalcando las palabras en los enunciados que llevan a determinar ciertas estructuras.</p>
<p>RECURSOS</p>		<p>El juego de “Lanza y multiplica” consta de:</p> <ul style="list-style-type: none"> El tablero del juego o tablero Pitagórico (anexo 3.1) Dos dodecaedros, sus caras marcadas del 0 al 10, una cara con “cede el turno” y en el otro dodecaedro la otra cara con “vuelve a lanzar” (anexo 3.2) 100 fichas (pequeños cuadros que cubren cada número del tablero) (anexo 3.3)
<p>EVALUACIÓN</p>	<p>Cognitivo</p>	<p>Nivel 1 Identifica el hecho multiplicativo que se debe hallar.</p> <p>Nivel 2. Resuelve mentalmente algunos productos de fácil recordación.</p> <p>Nivel 3. Reconoce las estrategias para hallar productos que no ha memorizado.</p>
	<p>Procedimental I</p>	<p>Nivel 1.</p>



		Hace estrategias sencillas como la mitad o el doble de hechos multiplicativos ya memorizados. Nivel 2. Aplica diferentes estrategias de acuerdo a los números indicados por los lados. Nivel 3. Construye nuevas estrategias para hallar productos que no le son fáciles de recordar.
	Actitudinal	Nivel 1. Respeto las reglas y valora el juego limpio. Nivel 2. Mantiene una buena actitud durante el desarrollo del juego. Nivel 3. Mantiene el entusiasmo e interés por la actividad.

“Multiplin o Naipe multiplicativo”

Tabla 6 Multiplin o naipe multiplicativo

ACTIVIDAD #4	TITULO: MULTIPLIN O NAIPE MULTIPLICATIVO
JUSTIFICACIÓN	¿Por qué es importante abordar esta actividad en la secuencia? El juego Naipe multiplicativo que aquí se presenta tiene gran valor didáctico para la enseñanza de la estructura multiplicativa en niños de segundo grado, puesto que su desarrollo permite fortalecer habilidades en la resolución de problemas de dicha estructura y de manera particular problemas de proporcionalidad simple tipo 1 (Segovia y Rico, 2011, p. 106)
OBJETIVO	Fortalecer habilidades en la resolución de problemas de proporcionalidad simple de la estructura multiplicativa.
DISPOSITIVO DIDACTICO	<p>Macroestructura: El juego “naipe multiplicativo” (Castaño 1995 p.88), tiene como fin que de manera divertida los estudiantes den solución a una serie de situaciones que se plantean por medio de ilustraciones llamativas e interesantes.</p> <p>Para tal fin se organizan grupos de tres integrantes a quienes se les entregan un total de 10 tarjetas y 20 fichas. Las tarjetas se dejan en maso sobre la mesa y las fichas se reparten al azar de forma equitativa entre los integrantes del grupo, las fichas sobrantes se dejan en un montón boca abajo en el centro de la mesa, se establecen unos turno para jugar, es así que uno de los que no tiene el turno tomará del montón de tarjetas, una, colocándola a la vista de todos después de decir en voz alta el problema que describa el cartón para que uno de sus compañeros lo resuelva.</p> <p>Microestructura: <u>Dimensión epistemológica:</u> Este juego pertenece a los juegos clasificados como fichas y tableros teniendo en cuenta a Brinnitzer (2015), permite que el niño identifique por medio de las tarjetas la estructura gramatical y logre representar y solucionar problemas de estructura multiplicativa. <u>Dimensión cognitiva:</u> Durante el desarrollo de este juego los estudiantes identifican similitudes en el planteamiento de dichos problemas, a la vez que logran identificar estrategias para resolver los problemas que se plantean y teniendo en cuenta dinámica del juego los niños tendrán herramientas suficientes para inventar los problemas que ellos quieren solucionar.</p>

	<p><u>Dimensión comunicativa:</u> Manifiesta de manera verbal como interpreta las situaciones que plantea cada uno de los cartones y los argumentos para defender la estrategia que aplica en la resolución de cada uno de los problemas.</p> <p><u>Dimensión sociocultural:</u> Cada uno de las tarjetas está sujeto a una interpretación que el niño desde sus experiencias puede darle a cada situación y de igual manera la solución que él proponga cada problema.</p>	
<p>SOPORTE TEÓRICO</p>	<p>Los problemas que se resuelven usando una multiplicación o división se denominan de estructura multiplicativa, “los enunciados de estos problemas contienen una relación cuaternaria entre tres cantidades, dos de ellas aparecen explícitamente en el enunciado y se pide hallar una tercera cantidad que contempla la relación” (Segovia y Rico, 2011, p. 106)</p> <p>Problemas de proporcionalidad simple: Subyace una proporcionalidad entre dos magnitudes. En ellos se establecen dos relaciones o correspondencias entre dos cantidades de cada una.</p> <p>Magnitud 1 Magnitud 2</p> <p>1 → 4</p> <p>5 → 20</p> <p>es así como surgen tres tipos de problemas según se desconozcan una de las cantidades que ocupan los números 20, 5 o 4.</p> <p>Tipo 1 (Problema directo): Cuando el valor (#20) desconocido, se busca a través de una multiplicación</p> <p>Tipo 2 (Problema inverso): Cuando el valor (#4) desconocido, se halla por medio de una división partitiva</p> <p>Tipo 3 (Problema inverso): Cuando el valor (#5) desconocido, se resuelve con una división cuotitiva</p> <p>Para los niños de grado segundo se trabajará de acuerdo a (Segovia y Rico, 2011), con problemas de proporcionalidad simple tipo 1 o problemas directos.</p>	
<p>METODOLOGÍA</p>	<p>Momento 1</p>	<p>En cada una de las tarjetas hay una ilustración que describe el problema que se debe solucionar, la solución a dicho problema la resuelve el jugador en turno a través de una de las fichas.</p> <p>Se socializan las reglas a las que los jugadores se deben acoger:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se entregan a cada grupo un total de 10 tarjetas y 20 fichas. • Las tarjetas se dejan en mazo sobre la mesa y las fichas se reparten al azar de forma equitativa entre los integrantes del grupo, las fichas sobrantes se dejan en un montón boca abajo en el centro de la mesa. • Se establecen unos turnos para iniciar el juego. • Es así que uno de los que no tiene el turno tomará una tarjeta del montón, colocándola a la vista de todos después de decir en voz alta el problema que describa la tarjeta para que el compañero en turno lo resuelva.
	<p>Momento 2</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se organizan grupos no máximo a tres estudiantes. • Se entregan los cartones y las fichas en cada grupo. • Las fichas y los cartones se deben barajar. • Se reparten al azar 5 fichas para cada jugador, las fichas sobrantes se colocan en un segundo montón boca abajo en el centro de la mesa.


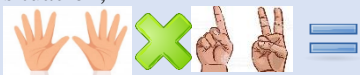

		<ul style="list-style-type: none"> • Se toman diez cartones que se colocan boca abajo en un montón en el centro de la mesa. • Se determina quien empieza el juego mediante el lanzamiento de un dado • Otro jugador toma del montón la primera tarjeta colocándola sobre la mesa boca arriba, a la vista de los demás jugadores, después de decir en voz alta un problema que describa el cartón, para que el otro jugador o equipo lo resuelva. <p>Ejemplo:</p> <div data-bbox="737 506 1385 737" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  <p>ENCONTRAR EL TOTAL</p> <p>Un pintor usó 6 brochas. Tres pintores ¿cuántas brochas usarán?</p> <p><i>Problema directo (se colocan las fichas redondas)</i></p> </div> <p>El compañero que tiene el turno debe mostrar una ficha que solucione este problema. Para el problema anterior será la ficha 18 Mientras la coloca expresará que “el número de brochas que emplea para pintar tres pintores son 18”</p> <div data-bbox="737 894 1008 1104" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  </div> <p>Si la respuesta es incorrecta el siguiente jugador en turno tendrá la opción de contestar, en caso de estar incorrecta, el niño que plantea el problema puede dar su posible solución.</p>
	Momento 3	Luego de familiarizarse con el juego se propone a los estudiantes que inventen y dibujen problemas diferentes a los propuestos en el juego teniendo en cuenta sus gustos, situaciones cotidianas o temas preferidos, estos se intercambian por grupos para enriquecer el trabajo
	Momento 4	A manera de socialización el estudiante comparte la interpretación que hizo del problema que recibió y escucha los argumentos del autor de dicho problema así entre todos se hallará la solución a los problemas creados por cada uno de ellos, habrá algunos que de pronto no tenga solución o no cumplan la condición de problema, de igual manera estas situaciones también fortalecen el aprendizaje.
RECURSOS	El juego Multiplin o Naipe multiplicativo 10 cartones con las imágenes que describen diferentes problemas. (anexo 4.1) 23 fichas redondas con las respuestas de los problemas. (anexo 4.2)	
EVALUACIÓN	Cognitivo	Nivel 1 Interpreta problemas de estructura multiplicativa Nivel 2 Identifica la pregunta en el problema de estructura multiplicativa Nivel 3 Conoce la estructura sintáctica de un problema.

	Procedimental	<p>Nivel 1 Lee e interpreta la información que está en la ilustración.</p> <p>Nivel 2 Identifica los datos que son relevantes en el planteamiento de los problemas.</p> <p>Nivel 3 Aplica diferentes estrategias para resolver problemas de proporcionalidad simple, tipo 1 problema directo.</p>
	Actitudinal	<p>Nivel 1. Comparte sus ideas y estrategias con el fin de colaborar a sus compañeros.</p> <p>Nivel 2 Manifiesta interés y entusiasmo frente al juego.</p> <p>Nivel 3 Está siempre receptivo a las ideas expuestas por sus compañeros.</p>

“Operación dedos”

Tabla 7 Operación dedos

ACTIVIDAD # 5		TÍTULO: OPERACIÓN DEDOS
JUSTIFICACIÓN	<p>¿Por qué es importante abordar esta actividad en la secuencia? Porque le permite al niño conocer otra forma diferente a la tradicional para buscar los productos. En la estructura multiplicativa es el algoritmo en el cual se pone de manifiesto la suma y la multiplicación hasta diez por diez, y potencia las propiedades de la suma y la multiplicación dando características par o impar a los productos.</p>	
OBJETIVO	<p>Interpretar el algoritmo de la multiplicación con manos como otra forma de resolver multiplicaciones.</p>	
DISPOSITIVO DIDACTICO	<p>Macroestructura: Este juego tiene como representar los números con los dedos hasta 10 o 20 según se juegue con una o con las dos manos. Este juego consiste en que los participantes con las manos en la espalda, uno de los integrantes de cada pareja anticipa si la suma o el producto de los dedos que mostrarán será par o impar. Cuentan hasta tres y cada uno muestra alguno o todos los dedos extendidos de una o de las dos manos, se realiza la suma o la multiplicación, en la siguiente partida el otro jugador anticipará si el posible resultado es par o impar.</p> <p>Microestructura: <u>Dimensión epistemológica:</u> Este juego pertenece a los juegos clasificados como de movimiento teniendo en cuenta a Brinnitzer (2015), que permite que el niño ubicando de manera estratégica los dedos de sus manos identifique y mecanice un nuevo algoritmo que le permite hallar productos de manera divertida. <u>Dimensión cognitiva:</u> Durante el desarrollo del juego se puede trabajar algunas propiedades de la suma y la multiplicación como la propiedad conmutativa y algunas reglas como la multiplicación por uno y por cero, a la vez, que se establecen características como ser par o impar en dichos resultados. <u>Dimensión comunicativa:</u> Manifiesta de manera verbal como se llega al resultado de la suma o multiplicación de dos números y se determina si su resultado es par o impar. <u>Dimensión sociocultural:</u> Encontrar una estrategia que agilice el proceso para hallar el resultado o impedir que el otro jugador gane.</p>	
SOPORTE TEÓRICO	<p>Tradicionalmente hallar el producto de dos números no ha sido una tarea fácil, por lo que se han buscado métodos para obtenerlo de manera rápida y segura que pueden aplicarse de forma automática a todos los casos (Segovia y Rico, 2011, p.112)</p>	

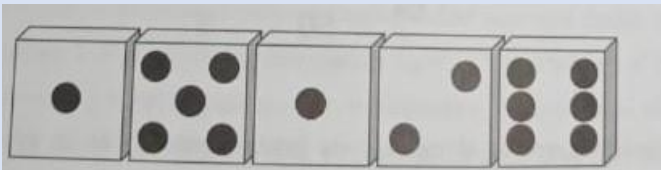
	<p>basándonos en esta postura encontramos que la utilización de las manos es una forma de conseguir el algoritmo.</p> <p>Los números pares e impares cumplen con las siguientes propiedades aritméticas: par + par = par par + impar = impar por tanto impar + par = impar impar + impar = par par x par = par par x impar = par, por lo tanto, impar x par = par impar x impar = impar (Brinnitzer y otros 2015 p 86)</p>
METODOLOGÍA	<p>Momento 1 10 minutos</p> <p>El grupo dividido en parejas jugaran piedra, papel y tijera, que consiste en que, teniendo una mano en la espalda, los estudiantes las sacan al tiempo y si la mano está abierta, con los dedos estirados se dice y representa al papel, si muestra la mano con los dedos índice y corazón estirados solamente, está representando las tijeras y si muestra la mano con el puño cerrado representa la piedra. En este juego la piedra les gana a las tijeras porque las rompe, las tijeras le ganan al papel porque lo corta y el papel le gana a la piedra porque lo cubre. Harán tres rondas para saber quien ganó y así poder dar inicio al juego central</p> <p>Momento 2 20 minutos</p> <p>Estando en parejas ya establecidas, se les indica a los estudiantes que el mecanismo del juego:</p> <p>Consiste en que los participantes con las manos en la espalda, uno de los integrantes de cada pareja anticipa si la suma o el producto de los dedos que mostrarán será par o impar.</p> <p>Cuentan hasta tres y cada uno muestra alguno o todos los dedos extendidos de una o de las dos manos, se realiza la suma o la multiplicación, en la siguiente partida el otro jugador anticipará si el posible resultado es par o impar. Ejemplo: El primer jugador dice “par” y se presenta la siguiente situación,</p> <p></p> <p>entonces al resolver la suma $5+8=13$, como es impar el primer jugador no obtiene punto</p> <p>Ahora el segundo jugador dice “par” y se presenta la siguiente situación,</p> <p></p> <p>Entonces $10 \times 3 = 30$ y como 30 es número par el segundo jugador</p> <p>En la multiplicación se puede presentar una situación como la siguiente,</p> <p></p> <p>$0 \times 3 = 0$, entonces ninguno de los jugadores obtiene punto, porque en la multiplicación, todo número multiplicado por cero da cero</p>

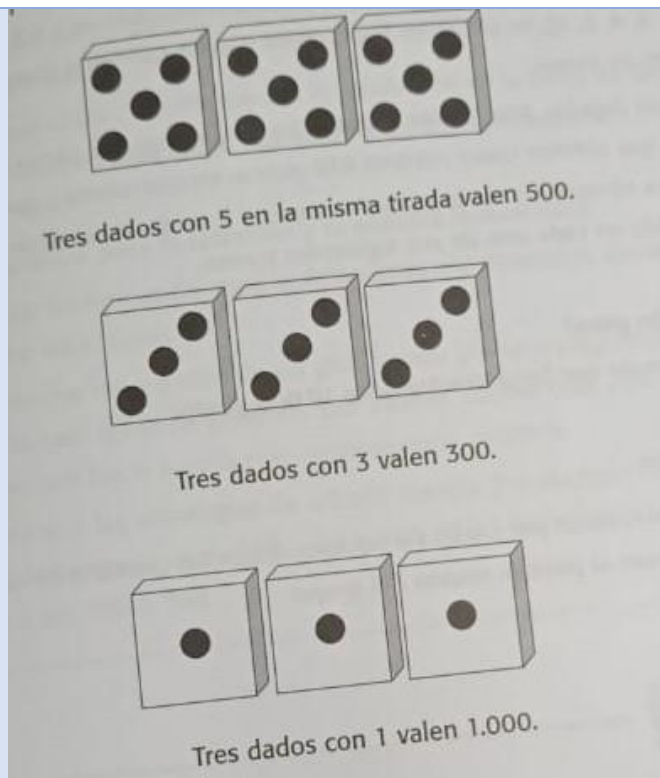
		<p>Se juegan varias partidas. Inicialmente se realiza la suma de los dedos de una sola mano, luego se hará con las dos manos de cada jugador. El ganador es quien acierte la mayor cantidad de veces si el resultado es par o impar</p>
	Momento 3 20 minutos	<p>Para la mecanización del juego se realiza solamente con una mano, pero no como suma sino como multiplicación de los dedos de una mano de cada jugador y después de varias rondas se propone que se multipliquen los números mostrados por cada jugador en lugar de sumarlos. El ganador es el jugador que más aciertos haga con el producto.</p>
	Momento 4 10 minutos	<p>Después de jugar se solicita que expliquen que generalidades encontraron en las respuestas par o impar de cada operación. ¿Qué pasa cuando sumo dos números pares?, ¿qué pasa cuando sumo un número par con un número impar?, ¿qué pasa cuando sumo dos números impares?, aquí se puede trabajar sobre las propiedades de la suma de números pares e impares L mismo para las propiedades de la multiplicación de números pares e impares, ¿qué pasa si multiplicamos dos números pares, o dos impares o uno par y el otro impar?</p>
RECURSOS	<p>El juego operación dedos requiere.</p> <ul style="list-style-type: none"> • La agilidad de los movimientos de las manos de cada jugador. • Una planilla donde se pueda llevar el conteo de los aciertos. 	
EVALUACIÓN	Cognitivo	<p>Nivel 1 Identifica las operaciones que se plantean cada vez que se muestran las manos</p> <p>Nivele 2 Relaciona las operaciones que le presenta el juego y se anticipa a determinar si el resultado es par o impar</p> <p>Nivel 3 Establece una estrategia para resolver las operaciones y decir si su resultado será par o impar</p>
	Procedimental	<p>Nivel 1 Resuelve correctamente la operación propuesta por el compañero al mostrar los dedos.</p> <p>Nivel 2 Aplica diferentes estrategias para resolver las operaciones y se anticipa a determinar si el resultado es par o impar.</p> <p>Nivel 3 Establece las propiedades de la suma y la multiplicación de números pares e impares.</p>
	Actitudinal	<p>Nivel 1 Manifiesta emoción cuando tiene aciertos en el juego.</p> <p>Nivel 2 Argumenta su postura en el juego.</p> <p>Nivel 3 Respeto las ideas de su contrincante en el juego.</p>

“A 10.000”

Tabla 8 A 10.000

ACTIVIDAD #6	TÍTULO: A 10.000	
JUSTIFICACIÓN	¿Por qué es importante abordar esta actividad en la secuencia? Esta actividad resulta de gran importancia dentro de la secuencia porque con su desarrollo fortalecen habilidades para desarrollar multiplicaciones abreviadas, las cuales están dentro de la estructura multiplicativa como un algoritmo de la multiplicación que se puede aplicar en grado segundo.	
OBJETIVO	Reconocer un nuevo algoritmo de multiplicación abreviada por 10, 100 ,1000, 10.000	
DISPOSITIVO DIDACTICO	<p>Macroestructura: El juego “A 10.000” está pensado para que los estudiantes organizados en grupos de cuatro jugadores y teniendo en cuenta una serie de reglas y luego de varios lanzamientos de 5 dados obtengan un total de 10.000 puntos los cuales determinan el triunfo del jugador que primero obtenga ese puntaje</p> <p>Microestructura: <u>Dimensión epistemológica:</u> Este juego pertenece a los juegos clasificados como de dados teniendo en cuenta a Brinnitzer (2015), que permite que el niño luego de mecanizar unas reglas directamente relacionadas con la multiplicación abreviada por la unidad seguida de cero resuelva mentalmente este tipo de multiplicaciones, a la vez que refuerza aprendizajes como la lectura y suma de numero naturales hasta diez mil. <u>Dimensión cognitiva:</u> Durante el desarrollo del juego se trabaja algunas propiedades de la suma y la multiplicación y especialmente el cálculo mental de multiplicaciones grandes, lo cual entusiasma a los niños, además que el proceso de mecanizar las reglas con el único objetivo de jugar y divertirse, permite afianzar el cálculo de operaciones como la suma de centenas. <u>Dimensión comunicativa:</u> El desarrollo del juego está sujeto a la interpretación que los niños hagan de cada una de las reglas propuestas por tanto antes de que los niños hallan identificado y comprendido las características, surgen diferentes cuestionamientos en los cuales se evidencia el nivel de apropiación del juego (multiplicación abreviada). <u>Dimensión sociocultural:</u> Alcanzar el objetivo del juego está condicionado a una serie de reglas que todos los jugadores deben tener claras para que el juego se desarrolle en un ambiente de competencia sana y emoción.</p>	
SOPORTE TEÓRICO	Multiplicación abreviada: Consisten en algunas técnicas que permiten hacer cálculos mentales dentro de las más conocidas están: Multiplicación abreviada por números del 11 al 19, multiplicación abreviada por números de dos cifras que terminan en 1, las anteriores teniendo como base la regla de la multiplicación por uno (todo número multiplicado por uno dará como resultado el mismo número) y también se da relevancia a la posición de las cifras dentro de la operación.	
METODOLOGÍA	Momento 1 10 minutos	Se organizan los estudiantes en grupos de 4 estudiantes los cuales deben estar sentados alrededor de la mesa o en ronda en el suelo, antes de iniciar el juego se deben tener en firme las siguientes reglas: El 1 vale 100 puntos y el 5 , 50 puntos. Los demás números valen cero, pero si salen tres dados iguales en la misma mano el valor es el del número que sale repetido multiplicado por 100, excepto si salen tres números 1 que valen 1.000 puntos.

		<p>Después de lanzar, el jugador puede decir si aparta los dados que le suman puntaje y sigue lanzando los demás, o bien se detiene y anota los puntos obtenidos hasta el momento.</p> <p>Si en una mano no sale ningún dado o grupo de tres dados con el mismo número que permitan sumar, se dice que el jugador obtuvo “papa” en este caso finaliza su turno.</p> <p>Si el jugador decide seguir lanzando, separa todos los dados que sumaron puntos y sigue lanzando los siguientes.</p> <p>Si logra sumar puntaje con todos los dados, está obligado a tirar nuevamente a tirar todos los dados, después de esa jugada puede optar por continuar o no.</p>
	<p>Momento 2 30 minutos</p>	<p>Luego de entregar el material a cada grupo se debe hacer ciertas aclaraciones con relación a las reglas del juego y dar el espacio para que de manera general todos niños aclaren las dudas que van surgiendo durante el desarrollo.</p>  <p>El 1 vale 100 y el 5, 50 puntos. Los demás números valen cero. Si salen tres dados iguales en la misma mano el valor es el del número que sale repetido multiplicado por 100, excepto si salen los tres números 1 que valen 1.000</p>



Después de lanzar, el jugador decide si aparta los dados que le suman puntaje y sigue lanzando los demás dados, o bien se detiene y anota los puntos obtenidos hasta el momento.

Si en una mano no sale ningún dado o grupo de dados que permitan sumar grupos se dice que el jugador obtuvo “papa” en este caso finaliza su turno.

Si el jugador decide seguir tirando, separa todos los dados que sumaron puntos y sigue lanzando los siguientes, si logra sumar puntaje con todos los dados, está obligado a lanzar nuevamente con todos los dados, después de esa jugada puede optar por continuar o no.

Si sale de primera mano una escalera, comenzando en (1,2,3,4,5 o 2,3,4,5,6), se obtiene 500 puntos y deben continuar tirando los cinco dados de nuevo.

Cada jugador, para poder entrar al juego y empezar a anotar su puntaje, tiene que obtener como mínimo 650 puntos en una misma jugada, una vez que las obtuvo, los anota y puede empezar a sumar de acuerdo al puntaje obtenido en cada uno de sus siguientes turnos.

**Momento 3
45 minutos**

En el tercer momento de esta sesión tendrá como eje central la práctica de unos lanzamientos para mecanizar el juego

Con dos estudiantes se hace la prueba para que los demás observen y pregunten si no se ha entendido como jugar.

		<p>El maestro estará atento para ir explicado sobre la marcha como se aplican las reglas y como los estudiantes buscan estrategias para continuar con el lanzamiento sin perder el turno.</p> <p>Se da solución a inquietudes como “profe y si salen dos pares eso tiene algún puntaje” – no, porque no está definido para empezar el juego.</p> <p>Una vez tengan entendido el juego a través de la observación de los compañeros se procede a realizar la actividad por grupos previamente conformados.</p> <p>Gana el jugador que haya completado la suma de 5.000 puntos, aunque se dice que es hasta completar los 10.000 puntos se deja en 5.000 para generar agilidad y poder realizar otra ronda con jugadores diferentes al grupo inicial</p>
RECURSOS	<p>El juego A 10.000 requiere de 5 dados cúbicos.</p> <p>Una hoja con un lápiz para anotar los puntajes de cada jugador.</p>	
EVALUACIÓN	Cognitivo	<p>Nivel 1 Reconoce la multiplicación abreviada como un algoritmo de la multiplicación.</p> <p>Nivel 2 Identifica mediante el juego con dados una nueva forma de encontrar el algoritmo.</p>
	Procedimental	<p>Nivel 1 Aplica la multiplicación abreviada por 10, 100 1000 como un nuevo algoritmo.</p> <p>Nivel 2 Selecciona los dados que le generan valor acumulable para acelerar su proceso de ganar la partida.</p>
	Actitudinal	<p>Nivel 1 Muestra entusiasmo por el desarrollo y aprendizaje del juego.</p> <p>Nivel 2 Desarrolla habilidad en el algoritmo de la multiplicación abreviada.</p>

8.2 REFLEXIÓN SOBRE LOS OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

En relación con el primer objetivo propuesto para este trabajo de grado y el cual refirió al *reconocimiento de los elementos matemáticos que se deben considerar en una unidad didáctica para grado segundo*, que potencie la estructura multiplicativa, se evidencia que los elementos matemáticos considerados en la Unidad Didáctica, son:

- Los conceptos sobre multiplicación: la apropiación de conceptos de las operaciones como la suma, la resta y para este caso puntual de la multiplicación como suma reiterada y como producto cartesiano desde los primeros años de escolaridad determinan, la base para la construcción de significados y fortalecen en los niños la

habilidad para desarrollar procesos más complejos. En esta unidad didáctica se proponen dos juegos: “El minicomputador de Papy” y “El juego de la pesca” en los cuales se busca fortalecer el concepto de suma repetida, porque se evidencia una relación directa entre una operación ya conocida y una nueva.

Desde los primeros niveles de educación se trabaja con la idea del doble o la mitad de las cosas, que son los primeros conceptos que sustentan el aprendizaje posterior de la multiplicación y la división, en las siguientes etapas con el estudio de los números y las operaciones aritméticas se da mayor atención a la multiplicación en los grados de tercero y cuarto, pero no es raro que desde el grado segundo se empiece a trabajar en aras de consolidar las actividades especialmente en la resolución de problemas.

Al igual que en la adición y la sustracción el aprendizaje de la multiplicación y la división se empieza a trabajar con el significado de las operaciones, esto requiere de estrategias y procedimientos que puede emplearse como rutina y lo llamaremos algoritmos.

Dentro de ese tipo de operaciones aritméticas se encuentran la suma y su operación inversa la resta, pero también se utiliza como la base para la multiplicación al ser entendida como una suma reiterada o suma de sumandos iguales, justificando que se puede simplificar ese molesto trámite de sumar un mismo número alto número de veces, por eso una suma repetida de $4+4+4+4+4+4+4+4+4$, se puede abreviar como 9×4 leyéndose “nueve veces cuatro”.

- Los modelos para la multiplicación: para el grado segundo se hace necesario buscar un modelo que le ayude al niño a comprender la multiplicación y para ello utilizamos el juego “lanza y multiplica” que permite reconocer los números como parte de la operación y así identificarlos como un producto que su resultado se encuentra en la tabla pitagórica.

En relación con los modelos encontramos modelos como el modelo lineal entendiéndose como el recuento de una misma unidad “n veces” en un intervalo de longitud, el modelo cardinal, como la unión repetida de conjuntos, la representación del producto cartesiano, los diagramas de flechas que representa la cantidad de flechas posibles entre los elementos de dos conjuntos, el modelo con medida, de esta hace parte las regletas de Cuisenaire, la balanza, el modelo numérico en contexto estrictamente simbólico, el modelo de razón aritmética y el modelo funcional.

- Los problemas con estructura multiplicativa: es importante abordar problemas donde se pueda encontrar múltiples soluciones porque le permite al niño desplegar ampliamente el desarrollo matemático, con la solución de los problemas pone en juego varias capacidades como el análisis, la interpretación la formulación verbal, y serán de gran utilidad en su cotidianidad, los estudiantes de grado segundo utilizamos el juego “Multiplin o naipe multiplicativo” donde los estudiantes dan solución a una situación de proporcionalidad simple donde hay una correspondencia entre dos cantidades y se busca su resultado utilizando la multiplicación, esto lo hacemos a través de unas tarjetas que solo traen dibujos y ellos plantean tanto el problema como la solución.

Los enunciados de los problemas de estructura multiplicativa contienen una relación cuaternaria entre tres cantidades, donde dos de ellas aparecen en el enunciado y se debe hallar la tercera cantidad que complete la relación, entre estas se encuentran las de proporcionalidad simple, las de tipo 1 se resuelven por medio de una multiplicación, las de tipo 2 se resuelve con una división partitiva que busca la cantidad de elementos por grupo y las de tipo 3 que se resuelven con una división coutitiva y lo que busca es saber la cantidad de conjuntos para unos elementos, además están los problemas de comparación multiplicativa, los de comparación: “mayor que”, “menor que”, “más que”, “menos que”; los problemas de igualación con su relación: “es tan ... como”, “es igual a”; los problemas de producto cartesiano y los problemas de combinaciones.

- Los algoritmos: en primer nivel de básica primaria es de gran importancia mostrar al niño una gama de posibilidades que le permitan hallar un resultado, porque de esta manera los niños pueden establecer similitudes, diferencias, y deducir regularidades que posteriormente la permitirá establecer propiedades de fondo en diferentes procesos, con el fin de fortalecer los aspectos ya mencionados, en la unidad didáctica se propone el abordaje de dos algoritmos (operación con las manos y multiplicación abreviada) por medio de los juegos: “operación dedos” y “a 10.000”.

Existen varios algoritmos para aprender a multiplicar, desde los más antiguos como los más recientes, donde nos permiten dar solución de una manera muy fácil a la multiplicación, entre ellos están el método egipcio, el de gráficos con líneas, gráficos con círculos, cuadriláteros, método del castillo, método triangular, método ruso, método Napier, la multiplicación fulmínea y hasta con los dedos o de manera abreviada, todos ellos mostrándonos que no hay una sola forma de realizar las operaciones y que todos son prácticos si se realizan constantemente.

En relación con el segundo objetivo: *identificar los juegos, que permiten potenciar la estructura multiplicativa en niños de grado segundo y su disposición en una unidad didáctica*, relacionamos los juegos como un dispositivo didáctico porque somos los profesores quienes debemos ostentar un conocimiento matemático robusto que se despliega y desarrolla a propósito del juego.

El juego también es usado en esta Unidad Didáctica, como un mecanismo donde los estudiantes dejan escapar esa emoción para compartir con sus pares y potenciar sus capacidades matemáticas sin necesidad de estar tensos por la matemática misma.

Los juegos considerados en un repertorio que potencia la estructura multiplicativa, y que configuraron la unidad didáctica fueron:

- El juego de la pesca, es un juego donde el estudiante comprenderá la multiplicación como una suma repetida, es importante en el desarrollo de la unidad, porque tiene como punto de partida la suma, que es la operación que los niños ya conocen, durante el desarrollo del juego los niños determinan que la multiplicación es un método que economiza lo engorroso de realizar la suma del mismo número un alto número de veces, que no solo intentando sacar una figura de pez con una caña de pescar, también deber resolver una situación matemática.
- El minicomputador de Papy, permite que el estudiante comprenda y desarrolle su pensamiento multiplicativo, donde el estudiante verá la necesidad de encontrar una estrategia para representar rápidamente un producto como una suma repetida, además permite que los estudiantes construyan el concepto de la multiplicación como una suma reiterada cuando por medio de una representación hecha por ellos mismos con material manipulativo, el concepto de multiplicación como suma reiterada es de gran trascendencia en las aulas de clase de primer ciclo se pone como base en la aprensión procesos abstractos que surge de esta concepción.
- Lanza y multiplica, es un juego orientado a fortalecer habilidades que permiten al niño comprender los modelos numéricos, y afianzar estrategias para interpretar los hechos multiplicativos tan importantes en el desarrollo de la estructura multiplicativa y a los diferentes procesos inmersos en esta. Este juego se constituye como herramienta didáctica que permite a los niños mecanizar de una manera divertida las tablas de multiplicar, siendo la apropiación de estas un proceso traumático y tortuoso para los niños cuando se aplica como único método la repetición verbal indeterminado número de veces; con este juego por el contrario la mecanización de los hechos multiplicativos surge de manera espontánea.
- Multiplin o Naípe multiplicativo, cuyo objetivo es brindar herramientas a los estudiantes de grado segundo para que comprendan y resuelva problemas de estructura multiplicativa, específicamente los de proporcionalidad simple tipo 1. El material empleado en este juego cuenta con características que cautivan el interés y entusiasmo de los niños y de manera paralela permite desarrollar destrezas verbales que resultan de gran importancia en el desarrollo del pensamiento numérico.

- El juego “Operación dedos”, está orientado a desarrollar en los niños de primer ciclo habilidades para multiplicar diferentes cantidades y a la vez establecer características como ser par e impar. Mas allá de la complejidad del algoritmo que se aborda en este juego el niño se divierte y entusiasma con la practicidad y espontaneidad en la que se puede desarrollar.
- El juego “A 10.000”, fue usado para fortalecer el aprendizaje de diferentes algoritmos en este caso particular el aprendizaje de multiplicaciones abreviadas por la unidad seguida de cero.

Este repertorio seleccionado, puso en evidencia que los niños aprenden jugando de manera espontánea y sin ninguna presión más que la generada por la emoción del juego, en el afán de llegar a la meta los niños rápidamente interiorizan reglas y cumplen parámetros para poder jugar y divertirse.

Finalmente el tercer objetivo pretendió *reflexionar, sobre las consideraciones didácticas para tener en cuenta por el profesor de la básica primaria, a la hora de abordar la estructura multiplicativa como objeto de enseñanza*. El profesor de básica primaria debe plantearse unos interrogantes que será determinantes en el desarrollo o abordaje de la estructura multiplicativa: ¿Cuál es el saber previo antes de empezar a plantear antes de aplicar la unidad didáctica?, ¿Qué saberes se construyen y fortalecen la secuencia didáctica?, ¿Qué se puede aprender a partir de la unidad didáctica?, ¿Cómo se articula a la enseñanza de las matemáticas?, ¿Qué conocimientos se necesitan para jugar cada vez mejor? Cuando un docente se cuestiona sobre su quehacer pedagógico permite que cada proceso cognitivo que lleva acabo con sus estudiantes sea significativo y organizado, porque los puede aplicar en su vida cotidiana.

Durante el abordaje de la estructura multiplicativa el docente de grado segundo debe construir una serie de actividades relacionadas y pensada para atender las necesidades o dificultades propias del grupo. Las actividades deben tener un componte didáctico que relacionado con el objetivo matemático enriquezca el proceso de enseñanza aprendizaje. El juego como

dispositivo didáctico permite que el profesor ostente un conocimiento matemático y didáctico, y a la vez, pueda mantener en los niños un interés propio y característico del juego que los acerca a los aprendizajes.

Para el desarrollo de cada uno de los juegos se tuvo en cuenta tres momentos claves:

- Antes (fase pre-activa) de disponer de esta propuesta en el aula, es importante que el profesor diseñe las actividades, juegue y explore los juegos, que quiere proponer, así como que reflexione sobre la microestructura y la microestructura del juego.
- Durante (fase Activa) el desarrollo de cada juego, es necesario que el profesor motive a los niños con el juego, que explique en detalle cada una de las reglas, que de a conocer el material permitiendo que los niños lo exploren. Las indicaciones dadas deben ser claras y específicas apoyadas en ejemplos y/o casos, cuidar el modo de jugar no perder de vista que tras la actividad hay un interés pedagógico. El docente como conocedor de los procesos que lleva a cabo puede hacer los ajustes que considere convenientes o favorables para alcanzar el objetivo propuesto. Decidir cómo y cuándo termina el juego informando a los jugadores el tiempo faltante.
- Después (fase pos-activa) de la clase se evalúan los procesos desarrollados en el juego, y se hace la retroalimentación necesaria para que se puedan realizar algunas variables y se mejora el aprendizaje de la estructura multiplicativa.

9. CONCLUSIONES

Las conclusiones de este trabajo, se presentan alrededor de la reflexión de la pregunta que orienta la propuesta, el objetivo general, la experiencia en la formación como licenciados en educación básica primaria y algunos elementos que quedan en punta y que pueden derivar otras investigaciones.

En cuanto a la pregunta que orientó esta propuesta de aula fue ¿Qué elementos de tipo pedagógico, matemático y didáctico se deben considerar en el diseño de una unidad didáctica para el desarrollo de la estructura multiplicativa en niños de grado segundo?, frente a ella se puede concluir que los elementos pedagógicos considerados fueron:

- La enseñanza de la estructura multiplicativa se aborda en esta unidad didáctica como un proceso en el cual el docente sin desvincularse de la normatividad establece momentos donde el estudiante transforma sus aprendizajes en saberes más complejos y significativos, motivado por su propio interés y curiosidad. El trabajo cooperativo que se genera en estos espacios de interacción, intercambio de ideas y socialización enriquecen el proceso, es así, que la construcción de la unidad didáctica y cada una de las actividades aquí propuestas fueron pensadas y planeadas teniendo en cuenta estos elementos.
- El aprendizaje de la estructura multiplicativa articulada en el desarrollo del pensamiento numérico para grado segundo de básica es fundamental para que se dé de manera adecuada el fortalecimiento del pensamiento multiplicativo. Importante que el niño realice actividades en las cuales pueda transformar o complementar aquellos saberes que ha adquirido de manera no formal, es decir, por medio de sus experiencias. La aplicación de las actividades propuestas permite que se genere procesos de construcción de saberes por medio una actividad cotidiana como resulta ser el juego, pero que a la vez tiene una rigurosidad disciplinar que encamina los procesos que el niño debe lograr. A lo largo de las actividades el aprendizaje surge del interés y la necesidad del niño por alcanzar alguna meta propuesta.

- La evaluación es un proceso de gran relevancia que permite determinar la relación directa entre la enseñanza y el aprendizaje, por tal motivo en cada una de las actividades, la evaluación facilita determinar no solo el aprendizaje de los estudiantes en relación con los procesos, conceptos y actitudes, si no que nos permiten valorar el alcance formativo y la pertinencia de cada una de las actividades y en general de la unidad didáctica.

En cuanto a los elementos matemáticos tenidos en cuenta para el diseño de la unidad didáctica, fueron:

- Los conceptos sobre la multiplicación como una suma reiterada que permite al estudiante iniciarla basado en el concepto de la suma y ve la facilidad para comprenderla, como producto cartesiano donde el niño es capaz de relacionar dos elementos y formar uno nuevo, estos fortalecen en los niños la habilidad para el desarrollo de los siguientes elementos.
- Los modelos para la multiplicación son las formas como el niño puede representar esta operación, que le ayudara a reconocer los números como parte de una relación y los identifica con ayuda de materiales concretos y ve el resultado como producto del mismo.
- Los problemas con estructura multiplicativa le permiten al niño potenciar el desarrollo matemático, las capacidades como el análisis, la interpretación y la formulación verbal, que serán útiles para la vida, es en este apartado donde los estudiantes dan solución a una situación de proporcionalidad simple, donde encuentran una correspondencia entre dos cantidades y se busca su resultado, aquí plantean problemas y sus posibles soluciones.
- Los algoritmos son importantes porque en el niño reconoce que existen varias maneras de dar solución a una situación matemática, se fortalece la deducción y la resolución, en diferentes procesos cognitivos.

En cuanto a los elementos de tipo didáctico que se consideraron en el diseño de la unidad didáctica fueron:

- El juego hace parte de la vida cotidiana del niño, es una actividad que le genera satisfacción, gusto, emoción, alegría, y que surge espontáneamente en diferentes espacios, es por ello que en esta secuencia de actividades es el factor central utilizado como dispositivo, para atraer el interés de los niños y poniendo las clases de matemáticas como escenario para desarrollarlo. Los juegos aquí propuestos aproximan las matemáticas a los niños y permiten que los niños desarrollen estrategias y compartan saberes de manera espontánea.
- El material didáctico-manipulativo que se propone en cada uno de los juegos está pensado para impactar en la curiosidad de los niños, también para vincular el aspecto didáctico con el disciplinar, es decir el material centra el esfuerzo del niño en el fortalecimiento de habilidades en conceptos de la multiplicación, modelos de la multiplicación y algoritmos de la multiplicación y de esta manera abordar la estructura multiplicativa.

En cuanto al objetivo general del trabajo, el cual fue: Diseñar una unidad didáctica que emplee el juego como dispositivo didáctico, en la enseñanza de la estructura multiplicativa para grado segundo, concluimos que se hace necesario tener siempre una serie de actividades lúdicas que potencien los contenidos matemáticos y refuercen los procesos en beneficio del desarrollo cognitivo de los estudiantes, las matemáticas siempre se han considerado un área del conocimiento de suma importancia para potenciar las estructuras de pensamiento de los niños pero a su vez se considera una ciencia de estructuras rígidas, donde no se genera nada distinto a actividades tradicionales, donde todo debe ser milimétricamente dispuesto y no se permiten errores, pero no nos habíamos fijado que desde la diversión algo que también es estructurado, pero que concebíamos como lo no permitido por la rigurosidad con la que se ve la matemática, se puede potencializar con mejores resultados en los niños esas estructuras de la lógica y la resolución de problemas.

En cuanto a nuestra experiencia como docentes en ejercicio y como estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la universidad, podemos decir que esta se transformó en tanto que la matemática era vista como una materia pesada, sosa, con

conocimiento que deben ser enseñados desde un pizarrón, como un área del conocimiento que se enseña magistralmente, donde se explica, se dan ejemplos y se copia del tablero al cuaderno, donde la relación afectiva entre los niños no se dan en las clases, y el juego se deja a un lado por considerarse pérdida de tiempo o el juego como aprovechamiento del tiempo libre y en la matemáticas no hay tiempo libre. Ahora vemos como una serie de juegos permiten que el desarrollo del pensamiento se desenvuelva de una manera natural, que la diversión con un fin fundamentado y aplicado a las matemáticas potenciarán las estructuras matemáticas y en especial a los conceptos y algoritmos de la multiplicación un tema álgido dentro del proceso mental y lógico de los niños.

Los espacios académicos de Matemáticas de la licenciatura nos han dado no solo las bases conceptuales y técnicas para el desarrollo de esta unidad didáctica, sino que también son de gran trascendencia en la transformación y reflexión constante de nuestra práctica docente, gracias a las orientaciones dadas pudimos romper paradigmas y cambiar concepciones erróneas con respecto a la enseñanza de las Matemáticas. También los cursos de matemáticas han sido un espacio en el cual la labor del docente de básica primaria toma valor y grandeza.

Sabemos de primera mano que en la Educación Básica Primaria el trabajo es arduo y constante, máxime si se trabaja con niños de 7 y 8 años, porque su capacidad de actividad motriz es muy elevada, la cual debe ser aprovechada para el desarrollo de procesos pedagógicos, como las jornadas diarias en un curso son extenuantes y nos dedicamos a impartir una serie de conceptos no solo matemáticos sino de las diferentes asignaturas. Cuando llegamos a la clase de matemáticas ya se nos han acabado las ideas para generar aprendizajes significativos con los niños, ya no tenemos como potenciarles el desarrollo de su pensamiento matemático y es cuando recurrimos a esos juegos que nos permiten hacer divertida la clase matemáticas, los estudiantes a través del juego podrán mejorar significativamente sus estructuras matemáticas.

Nos ha cambiado la vida como maestros porque las concepciones han sido modificadas gracias a la sapiencia de los estudiantes, ellos nos han hecho ver que el día a día en nuestras

aulas trae elementos muy importantes para el mejoramiento de la práctica docente. Si constantemente documentamos esos quehaceres, cuando miremos atrás veremos que las experiencias y los trabajos son apostolados que imprimen sentido de vida, son experiencias que se deben plasmar para enriquecer nuestra labor docente. Hemos recorrido un camino que es necesario para la formación profesional, que determina el mejoramiento en las practicas educativas de esos estudiantes que de una u otra forma se verán beneficiados con el cambio de prácticas, podemos hacer que muchos niños se enamoren de esta ciencia con la reflexión continua de nuestra labor pedagógica.

En cuanto a los elementos que quedan en punta, y que pueden derivarse de este trabajo son:

- Consolidar una unidad didáctica para la estructura aditiva, que use el juego como dispositivo didáctico.
- Consolidar unidades didácticas del estilo de la que se ha diseñado en el marco de esta propuesta, para cada uno de los grados de la básica primaria, lo que podría configurar una secuencia didáctica más completa, y de largo aliento.
- Aplicar el diseño aquí propuesto, y hacer los ajustes que se requieran, para poder validarla y mejorarla.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anadón, M. (2008) *La investigación llamada cualitativa de la dinámica de su evolución a los innegables logros y los cuestionamientos presentes*. Revista Investigación y Educación en Enfermería Vol. 24, septiembre, 2008. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E., y Fernández, F. (2003) *La enseñanza de las Matemáticas: ¿en camino de transformación?* Relime. Vol. 6, núm.2, julio de 2003 p. 80-106
- Arias D y Torres E. (2017). *Unidades didácticas. Herramientas de la enseñanza*. Revista Noria. Bogotá.
- Aguirre D. (2011). *Aplicación de las estructuras multiplicativas en la resolución de problemas aritméticos dirigido a tercer grado de Educación Básica*. [Trabajo de grado]. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Barrios A. y Pinzón Y. (2016). *El arte como instrumento para el desarrollo de las habilidades comunicativas*. [Monografía]. Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, Colombia.
- Blanco J, Murcia L, Posso A y Vargas D. (2014). *Maestras, juego vivencias: Una aproximación a las creencias sobre el juego de seis maestras del Colegio Aquileo Parra I.E.D*. [Trabajo de grado] Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
- Brinnitzer E, Fernández G, Pérez S, Gallego M, Collado M y Santamaría F (2015). *El juego en la enseñanza de la matemática*. Buenos Aires: Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico.
- Calderón D y León O (2016). *Dispositivos didácticos para el desarrollo de competencia comunicativa en matemáticas*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Cárdenas Y. y Muñoz D. (2014). *Educación matemática crítica y análisis didáctico: Una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la Institución Educativa Nuevo Horizonte de la ciudad de Medellín*. [trabajo de grado]. Medellín, Colombia.

- Castaño J. (1995). *Hojas pedagógicas Lo numérico I*. Panamericana. Bogotá, Colombia.
- Castaño J, Forero A y Oicatá A (2015). *¿Cómo enseñan los maestros colombianos en el área de matemáticas?* Revista Fundación Compartir. Bogotá, Colombia
- Castro E, Rico L y Castro E (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Grupo editorial Iberoamérica. Bogotá, Colombia.
- Chamorro C (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid, España.
- Colegio Nueva Colombia I.E.D. (2020). *Manual de convivencia*. Bogotá; Colegio Nueva Colombia I.E.D.
- Corbalán F (2002) *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Editorial Síntesis S.A. Madrid, España.
- Corredor L y Salamanca A. (2014). *Los algoritmos de la multiplicación y la división en la Institución Educativa Nueva Constitución*. [Trabajo de grado]. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Couso D, Badillo E, Perafán G y Adúriz-Bravo A. (2005). *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas*. Editorial Magisterio. Bogotá.
- Chile, Gobierno de Chile. (2016). *Caja de herramientas para la educación artística*. Santiago de Chile: Autor.
- Didoné A, Lalanne L, Miotti A y Petich A (2015). *El juego como recurso para hacer matemática*. Equipo Matemática CeAPI. Neuquén, Argentina
- Espósito F. (2012). *La estructura multiplicativa análisis disciplinar y didáctico. Una propuesta pedagógica para los niños del grado segundo de la Institución Educativa Veinte de Julio de la ciudad de Acacías (Meta)*. Trabajo de grado para optar al título de: Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Fajardo M, Gálvez G, Pino K y Ramírez A, (2017-2019) *Situaciones multiplicativas*. FONDEF-CONICYT. Universidad Austral de Chile, Santiago de Chile, Chile.
- Fernández J, (2007). *La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica* Revista Iberoamericana de Educación N° 43, Madrid, España.
- Gallego, Ruiz, Salgado, Sucerquia y Uribe. (2004). *La construcción de la estructura multiplicativa en los niños*. [Tesis]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

- Gardner, H. (2000). *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas: lo que todos los estudiantes deberían comprender*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Gervasi M, (2011). *La enseñanza de la matemática en el nivel inicial*. Artículo de la revista Iberoamericana de Educación Publicaciones (OEI).
- ICFES. (2018). *Informe resultados nacionales. Saber 3°, 5° y 9° 2012-2017*. Colombia.
- Kilpatrick J. (1990). *Lo que el constructivismo puede ser para la educación de la matemática*. Universidad de Georgia. USA
- Lupiáñez J y García M (2019) *Juegos de estrategia y resolución de problemas de matemáticas*. Revista de Educación Matemática. Épsilon. Universidad de Granada, España.
- Martín M. (2020) *Matemáticas creativas, fáciles y divertidas*. Blog. Recuperado de <https://aprendiendomatemáticas.com/multiplicacion-con-regletas/>
- Martínez J. (2011) *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. Gráficas Muriel, Madrid, España
- Maza C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y la división*. Editorial Síntesis. Madrid, España.
- Medina L. (2017). *Propuesta didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa*. [Tesis]. Tecnológico de Monterrey, Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación de Guatemala. (2012). Investigación: “*Factores que inciden en el rendimiento en matemática de niñas y niños del primer ciclo de nivel de educación primaria en escuelas públicas de Guatemala*”. Ciudad de Guatemala: Autor.
- Ministerio de Educación Nacional (2015) *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá, Colombia
- Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares Básicos de Competencia*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (1998) *Lineamientos Curriculares*. Bogotá, Colombia
- Moreno, I. (2004). *La utilización de medios y recursos didácticos en el aula*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid, España.
- Mix K, (2010). *Las primeras matemáticas: la transición de la primera infancia a la infancia*. Universidad Estatal de Michigan, EEUU.

- Muñoz, C. (2015). *Los aprendizajes de las matemáticas*. [Monografía]. Universidad de La Rioja, Barcelona, España.
- Ospina N y García J. (2019). *Propuesta de una unidad didáctica como estrategia para la resolución de problemas a partir de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa para lograr aprendizajes significativos en niños y niñas del grado tercero de la Básica Primaria*. [Trabajo de grado] Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.
- Quintana J, García B, Riesco M, Fernández E y Sánchez J. (2018). *Fundamentos básicos de metodología de investigación educativa*. Ediciones de la U. Bogotá, Colombia.
- Ramírez A, Alzate L, Pérez L y Valencia S. (2012). *El aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo*. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
- Sánchez N. (2013) *El juego y la matemática. Juegos de matemáticas para el alumnado del primer ciclo de Educación Primaria*. [Trabajo Fin de Grado] Universidad de Valladolid, España
- Segovia I y Rico L (2011) *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Ediciones Pirámide. Madrid, España.
- Sherman J. (2010). *Enseñanza de las matemáticas a los preescolares*. Universidad de California, Berkeley, EEUU.
- Tello J, Hurtado V y Cortés M. (2019). *Los juegos tradicionales como estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones básicas del área de matemáticas, en el grado de tercero de primaria de la Institución Educativa Sofonías Yacup, sede Lope Rodríguez, ubicada en el municipio de La Tola _ Nariño*. [Trabajo de grado]. Universidad Nacional Abierta y a Distancia (UNAD), Pasto, Colombia.
- Trejos S y Paz E. (2017). *Secuencia didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la formulación y resolución de problemas*. [Proyecto de grado]. Universidad ICESI, Santiago de Cali, Colombia.
- Valenzuela, M. (2012). *Uso de materiales manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría*. [Tesis]. Universidad de Granada, Granada, Chile.

- Vargas de Avella, M. y Báez Oliveros, H. (2003). *Materiales Educativos. Procesos y Resultados*. Bogotá D.C.: Convenio Andrés Bello, GTZ
- Vergel R. (2004). *Organizaciones didácticas matemáticas y criterios de evaluación en torno a la multiplicación*. [Trabajo de investigación]. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

ANEXOS

Anexo 1.1 EL JUEGO DE LA PESCA

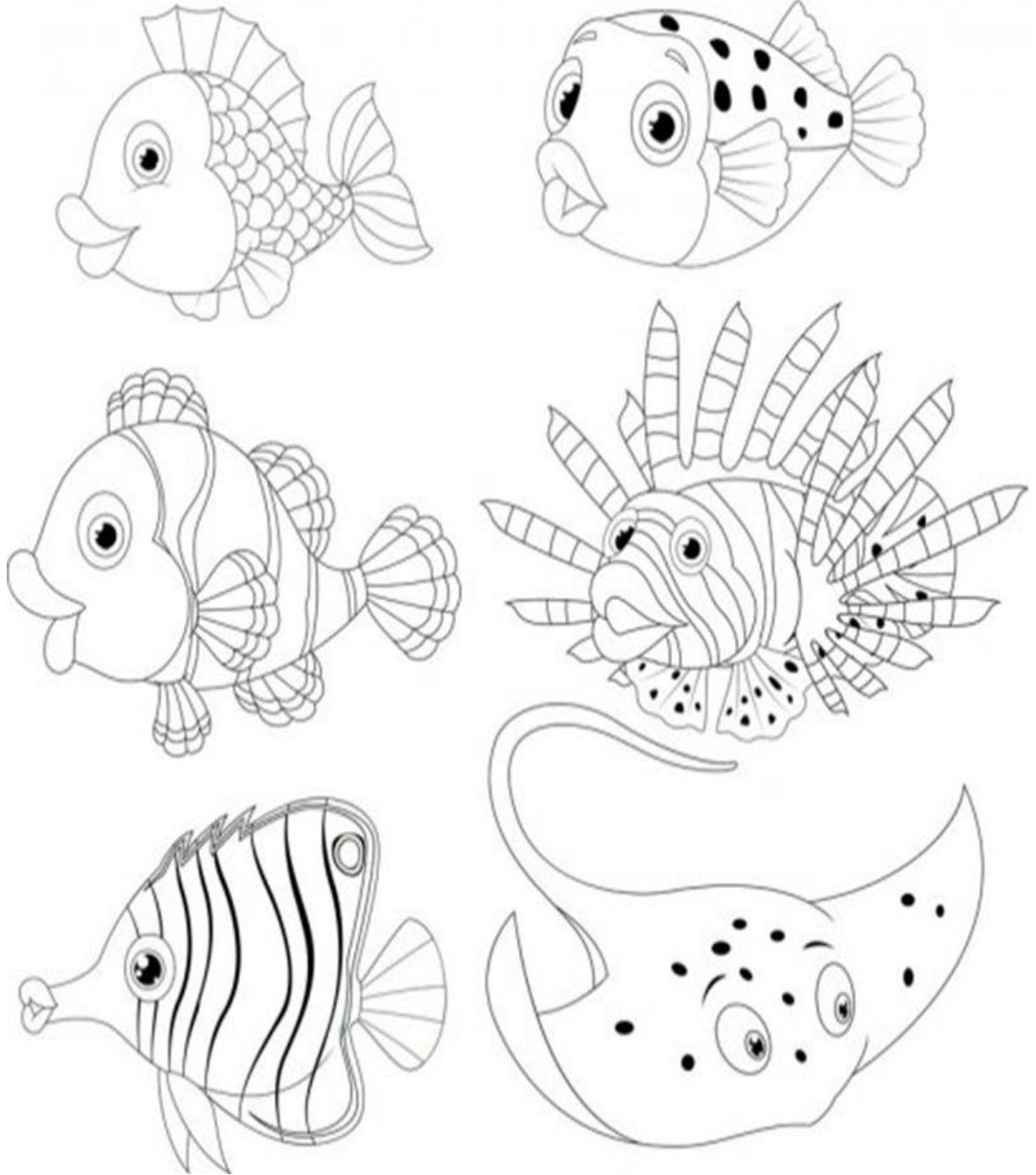
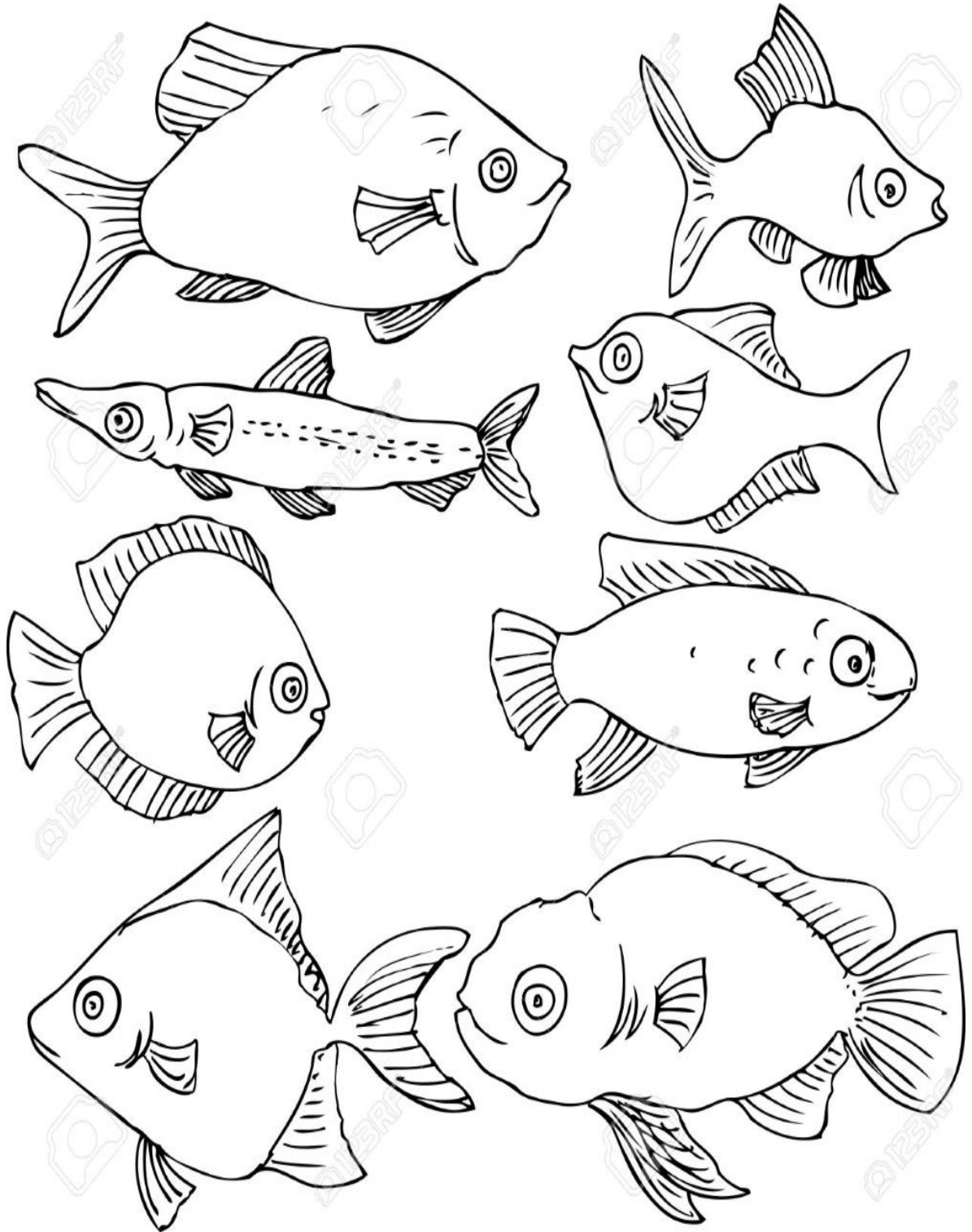


Imagen tomada de
https://www.google.com/search?q=peces+p%C3%A0ra+colorear&sxsr=AleKk03UuF37Y1tsgedQzXxezgn_qoL4g:1604791597995&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUK-EwiZ2IvJyvHsAhUxqIkKHWdiBJwQ_AUoAXoECAUQA&biw=1366&bih=625#imgrc=TAGWJ882He0J_M

Anexo 1.2 EL JUEGO DE LA PESCA



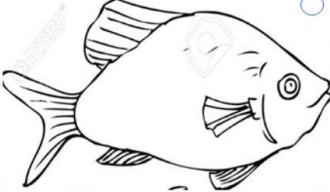
Tomado de:
https://www.google.com/search?q=peces+p%C3%A0ra+colorear&xsrf=ALeKk03UuF37Y1tsgeQzXxezgn_qo0L4g:1604791597995&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUK_EwiZ2IvJyvHsAhUxqlkKHWdtiBJwQ_AUoAXoECAUQAw&biw=1366&bih=625#imgrc=TAGWJ882He0J_M&imgdii=8FCrikaiIgg-cM

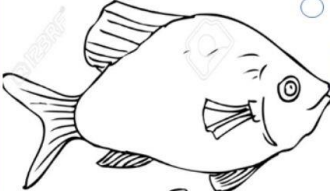
Anexo 1.3 EL JUEGO DE LA PESCA – Libreta del pescador-

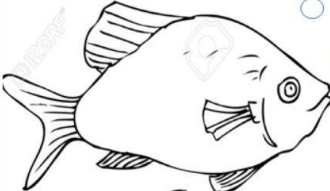
LIBRETA DEL PESCADOR

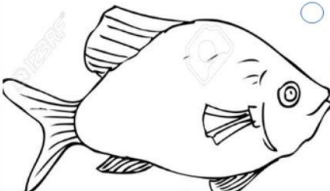
NOMBRE: _____ **PUNTAJE TOTAL**

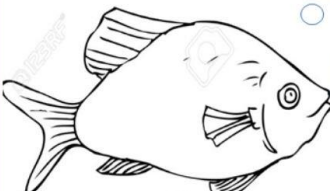
escribe la operación que hay en el pez

PESCA 1  escribe aquí el producto

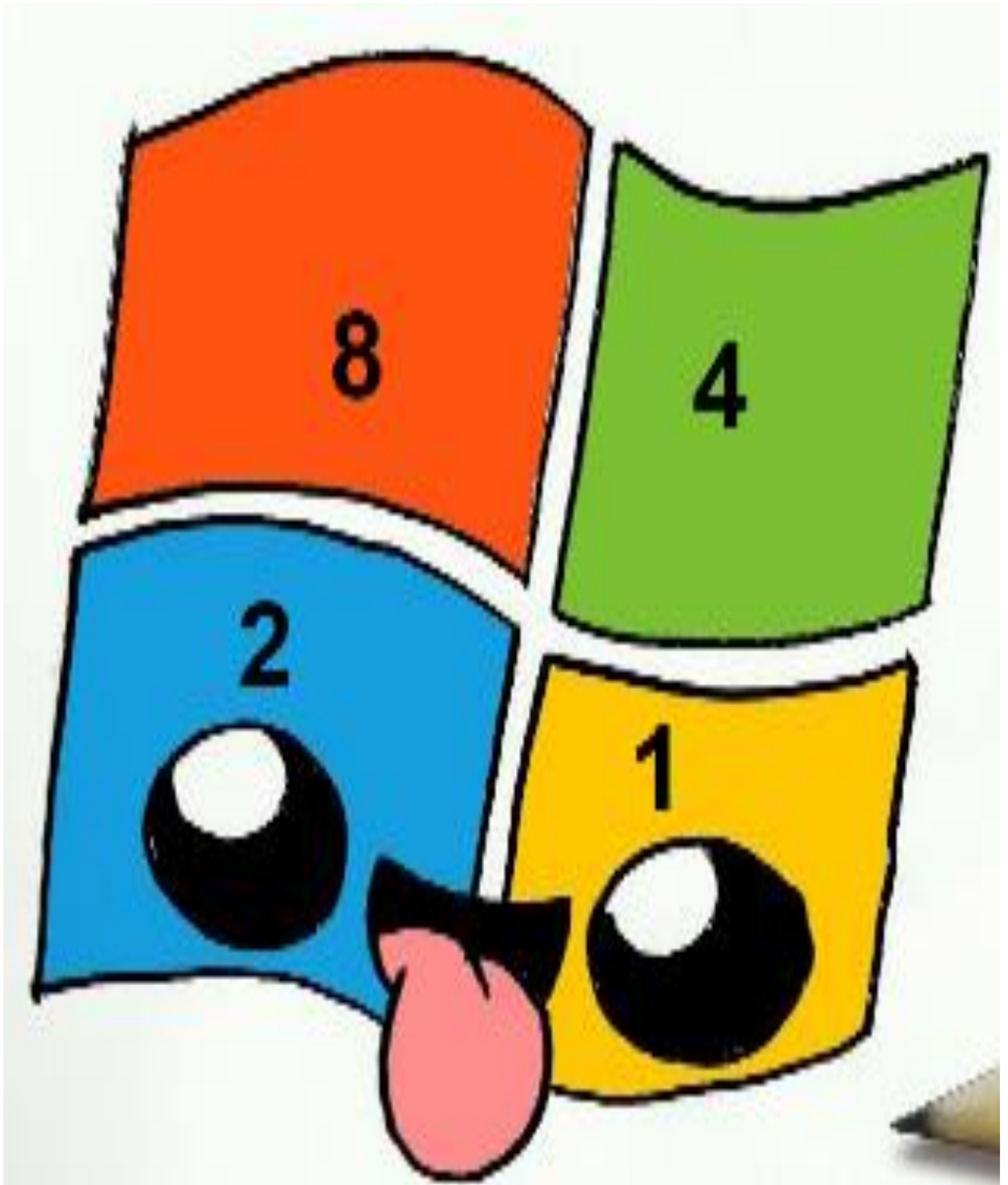
PESCA 2  escribe aquí el producto

PESCA 3  escribe aquí el producto

PESCA 4  escribe aquí el producto

PESCA 5  escribe aquí el producto

Anexo 2.1 MINICOMPUTADOR DE POPY -TABLERO-



Anexo 2.2 MINICOMPUTADOR DE PAPY - TARJETAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	36	46	47	48	49	50
51	52	53	54	46	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

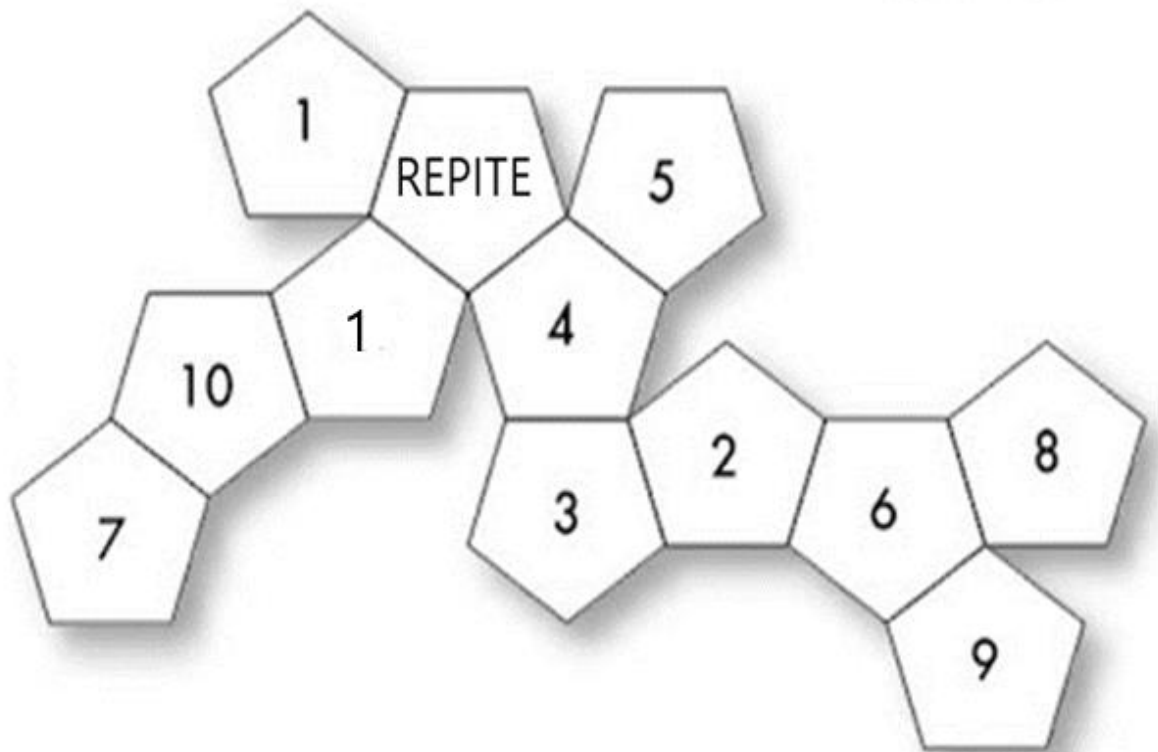
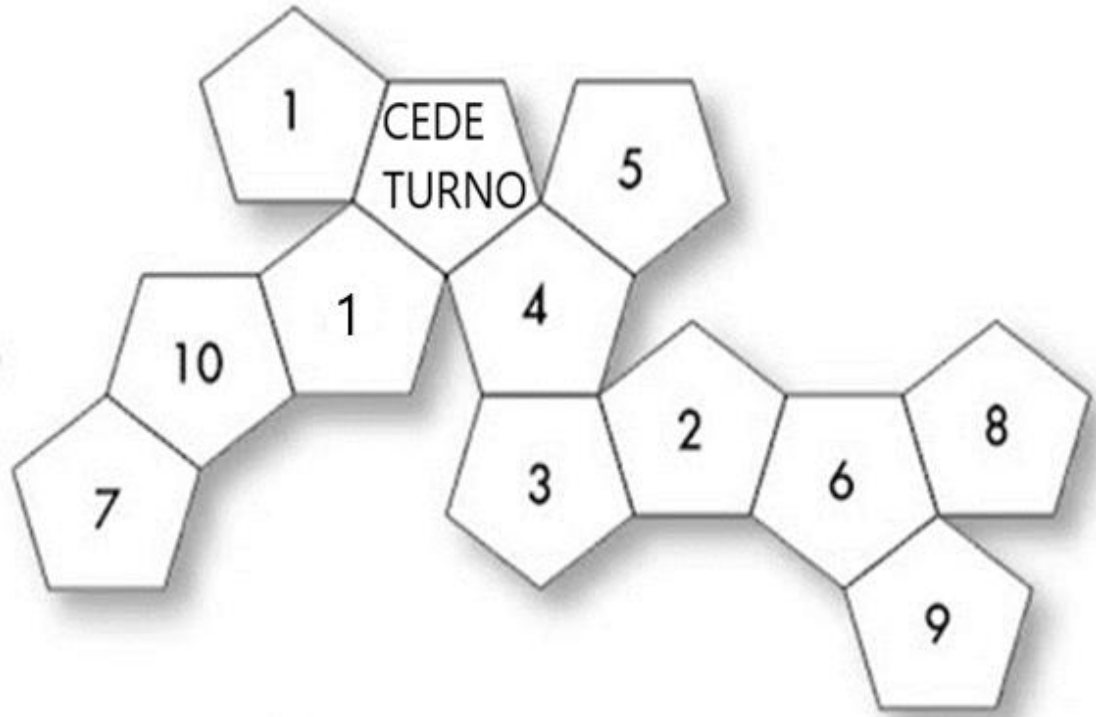
Anexo 3.1 LANZA Y MULTIPLICA –TABLERO-

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

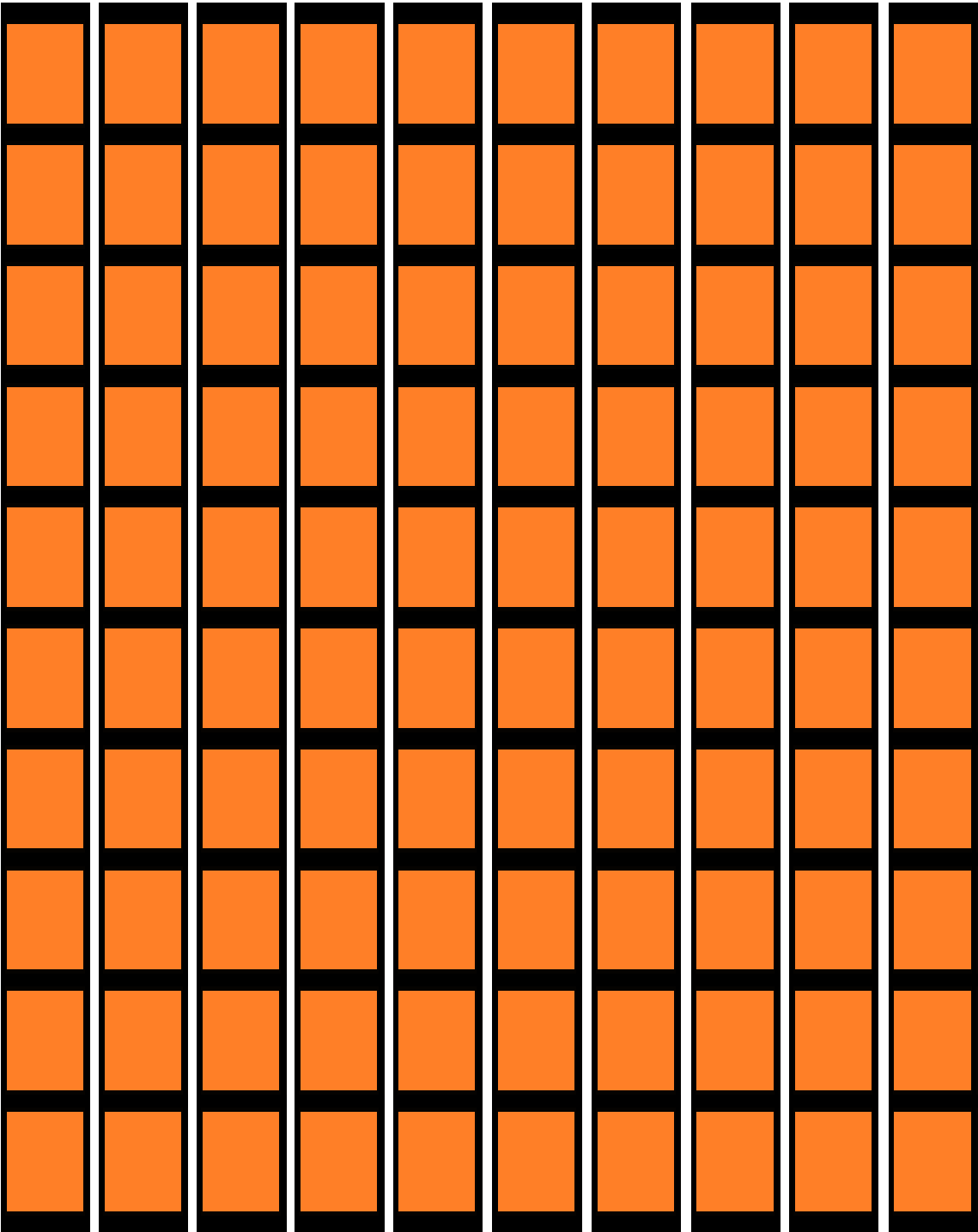


Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-NC-ND

Anexo 3.2 LANZA Y MULTIPLICA –DODECAEDROS-



Anexo 3.3 LANZA Y MULTIPLICA –FICHAS-



Anexo 4.1 MULTIPLIN O NAÍPE MULTIPLICATIVO – FICHAS-



Anexo 4.2 MULTIPLIN O NAIFE MULTIPLICATIVO -TARJETAS-

